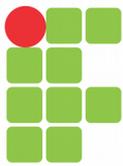


TÓPICOS EM INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL

Redes Neurais Artificiais

Professor Ricardo Kerschbaumer
ricardo.kerschbaumer@ifc.edu.br

<http://professor.luzerna.ifc.edu.br/ricardo-kerschbaumer/>



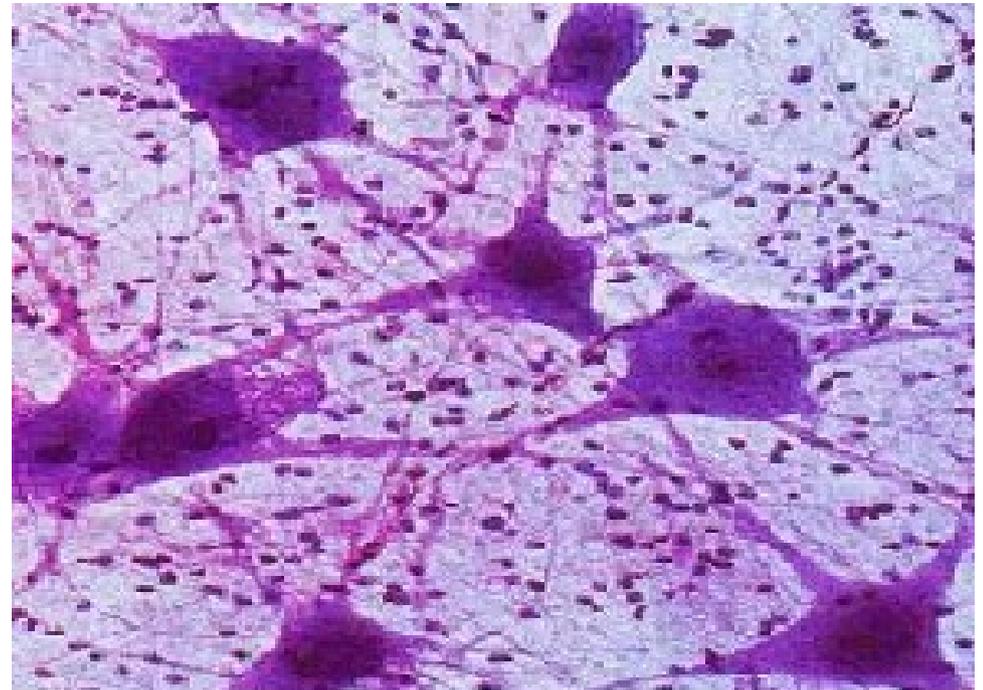
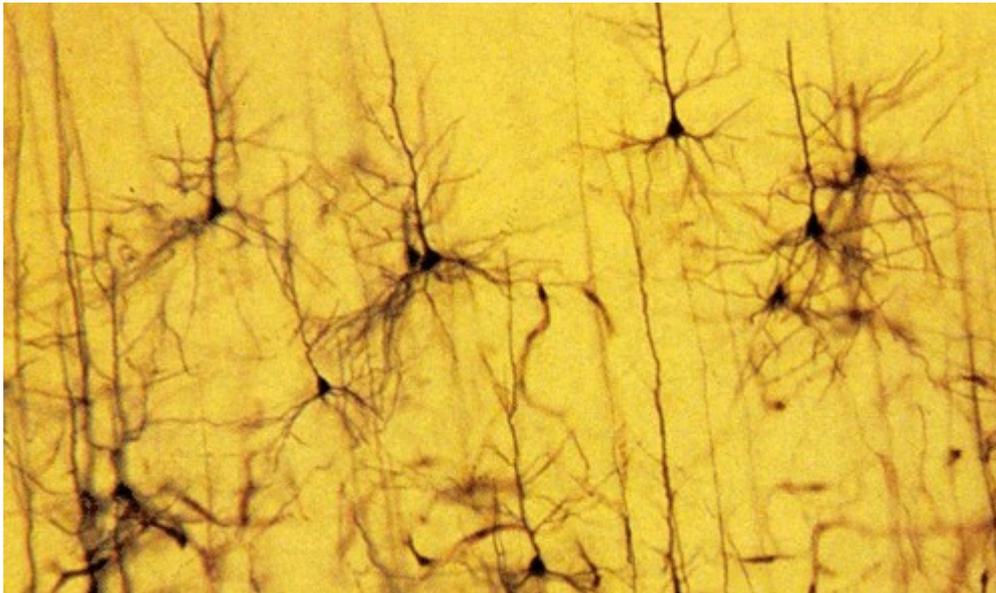
Introdução

O Cérebro humano

- Mais fascinante processador baseado em carbono
- O neurônio é um célula no cérebro cuja principal função é colecionar, processar e disseminar sinais elétricos
- 10 bilhões de neurônios
 - todos movimentos do organismo
 - são conectados através de sinapses
 - processam e armazenam informações

Redes Neurais Naturais

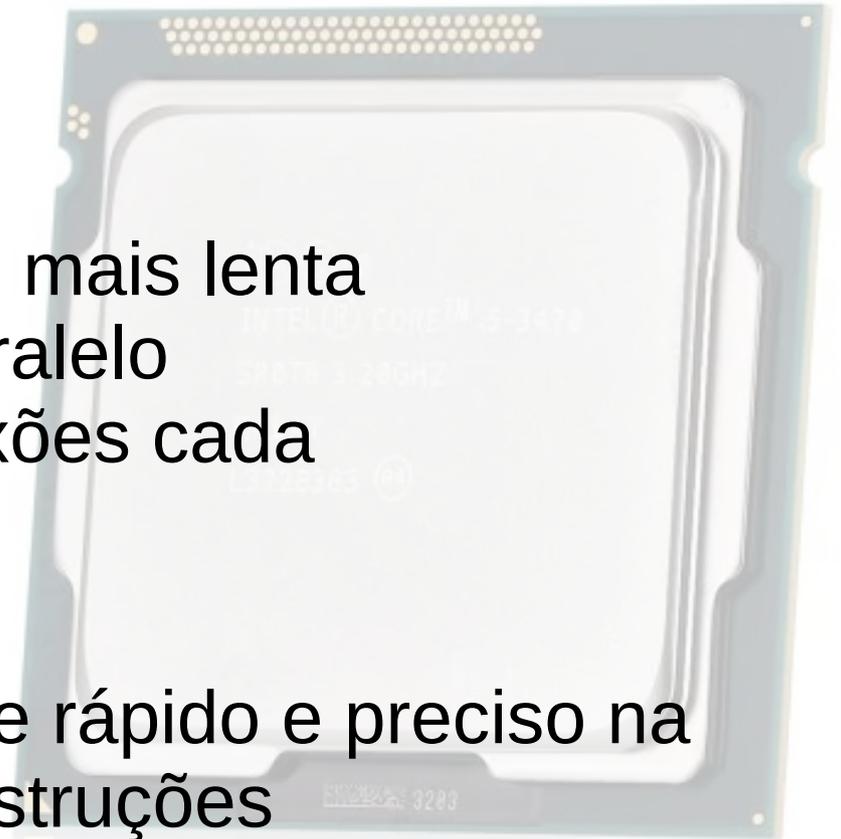
- O sistema nervoso é formado por um conjunto extremamente complexo de células, os neurônios
- O cérebro humano possui cerca de **10^{11} neurônios** e mais de **10^{14} sinapses**, possibilitando a formação de redes muito complexas



Introdução

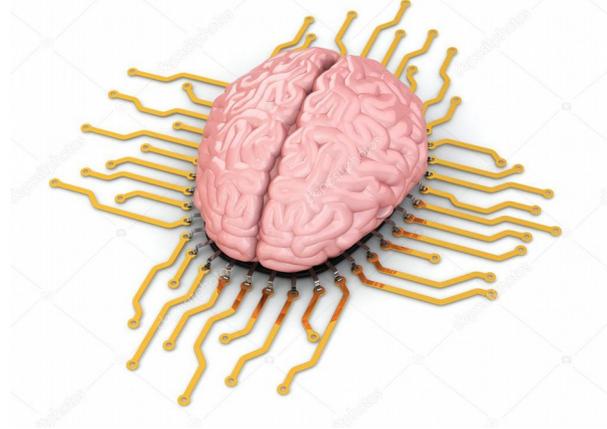
O cérebro processa informações de forma diferente dos computadores convencionais

- Cérebro
 - velocidade 1 milhão de vezes mais lenta
 - processamento altamente paralelo
 - 10^{11} neurônios com 10^4 conexões cada
- Computador
 - processamento extremamente rápido e preciso na
 - execução de sequência de instruções



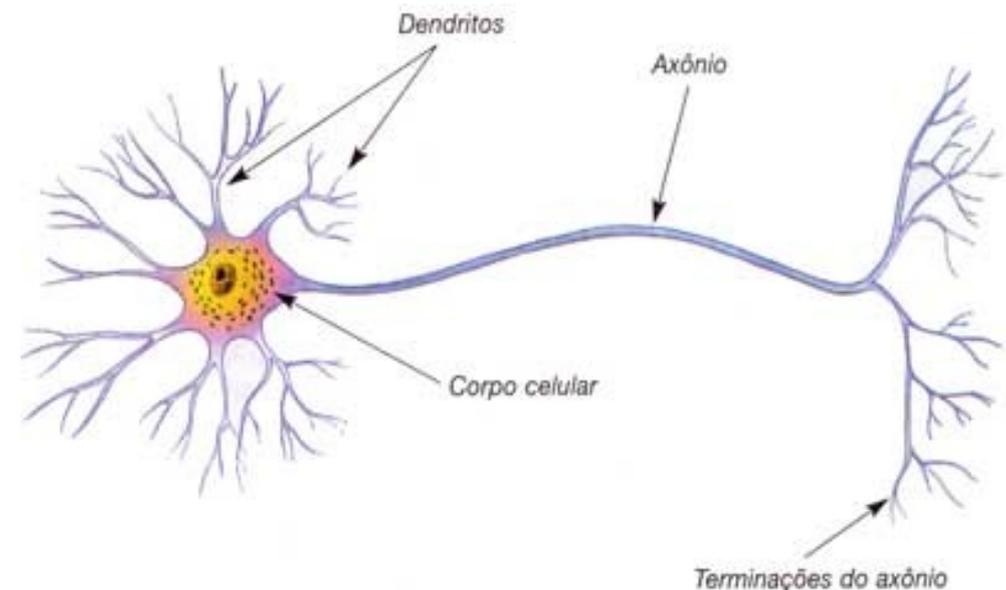
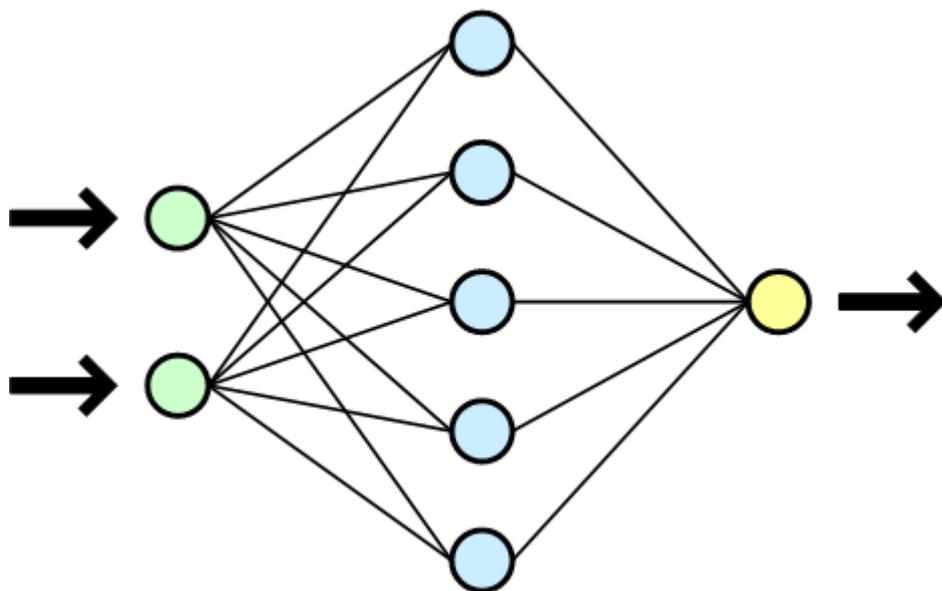
Introdução

Computadores	Rede Neural
Executa programas	Aprende
Executa operações lógicas	Executa operações não lógicas, transformações, comparações
Depende do modelo ou do programador	Descobre as relações ou regras dos dados e exemplos
Testa uma hipótese por vez	Testa todas as possibilidades em paralelo



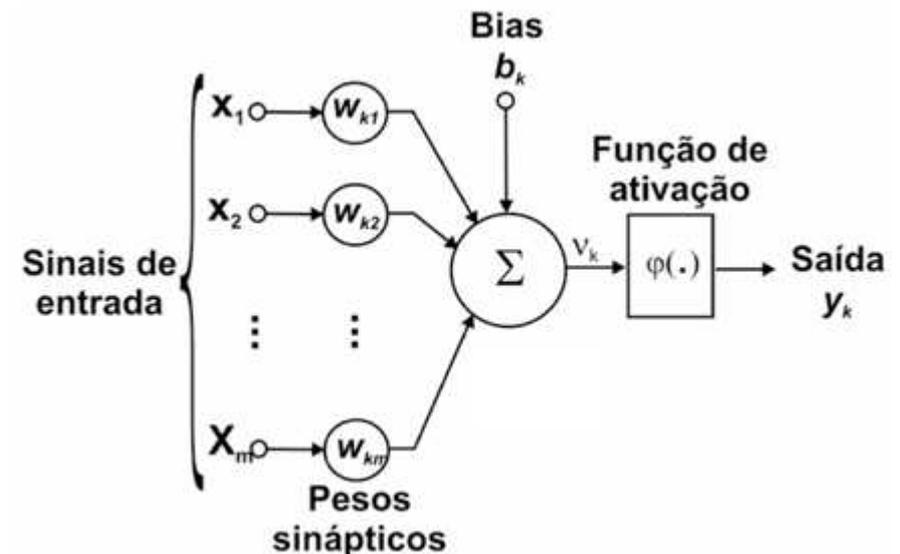
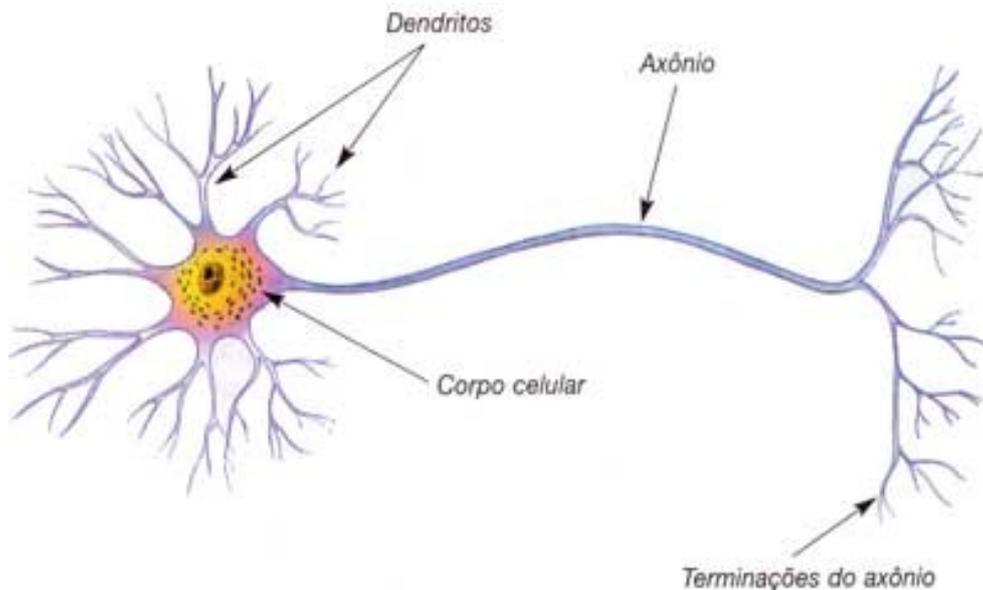
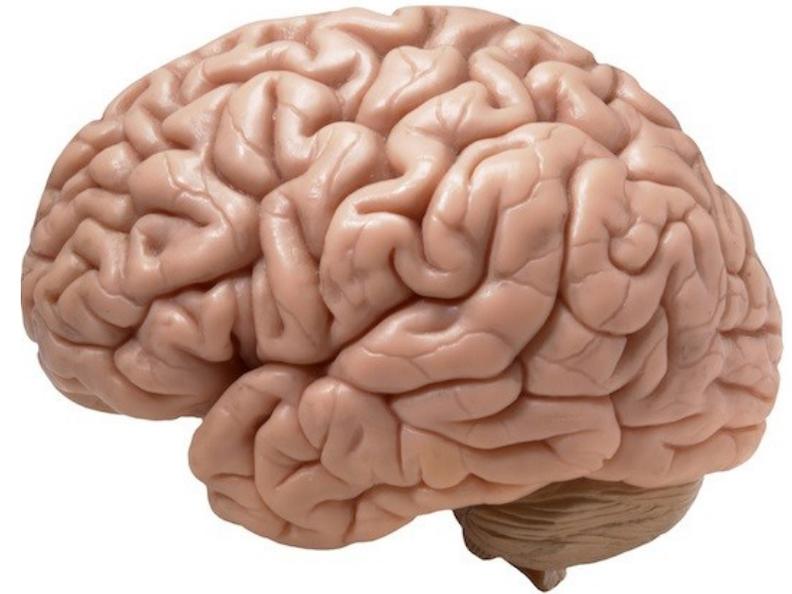
Redes Neurais Artificiais

Redes Neurais Artificiais (RNAs) são modelos computacionais inspirados pelo sistema nervoso central de um animal (em particular o cérebro) que são capazes de realizar o aprendizado de máquina bem como o reconhecimento de padrões (Wikipedia).



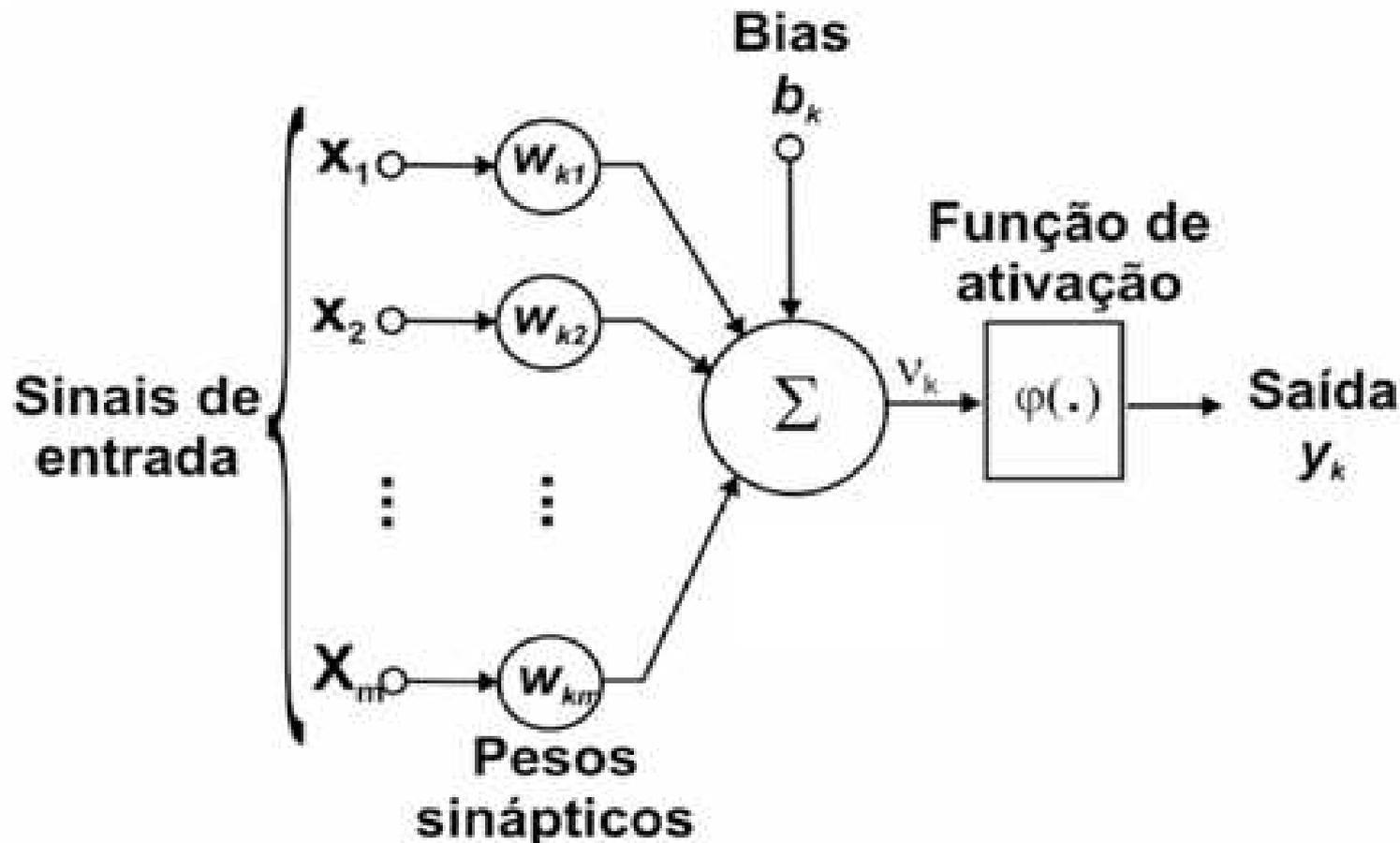
Redes Neurais Artificiais

As Redes Neurais são compostas de uma coleção massivamente paralela de unidades de processamento (Neurônios) pequenas e simples, onde as interligações são responsáveis pela maior parte da “inteligência”.



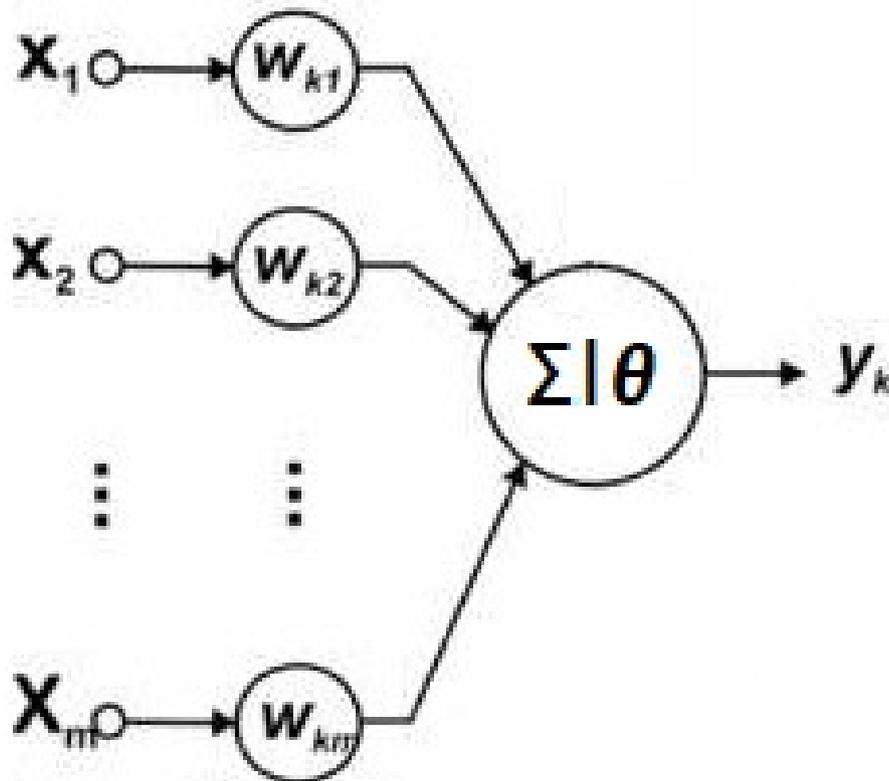
Redes Neurais Artificiais

Os primeiros trabalhos na área datam de 1943: McCulloch e Pitts desenvolveram o primeiro modelo matemático do neurônio.



Redes Neurais: Neurônio MCP

- Neste modelo os neurônios são unidades de processamento simples com uma função de ativação degrau (Limiar).

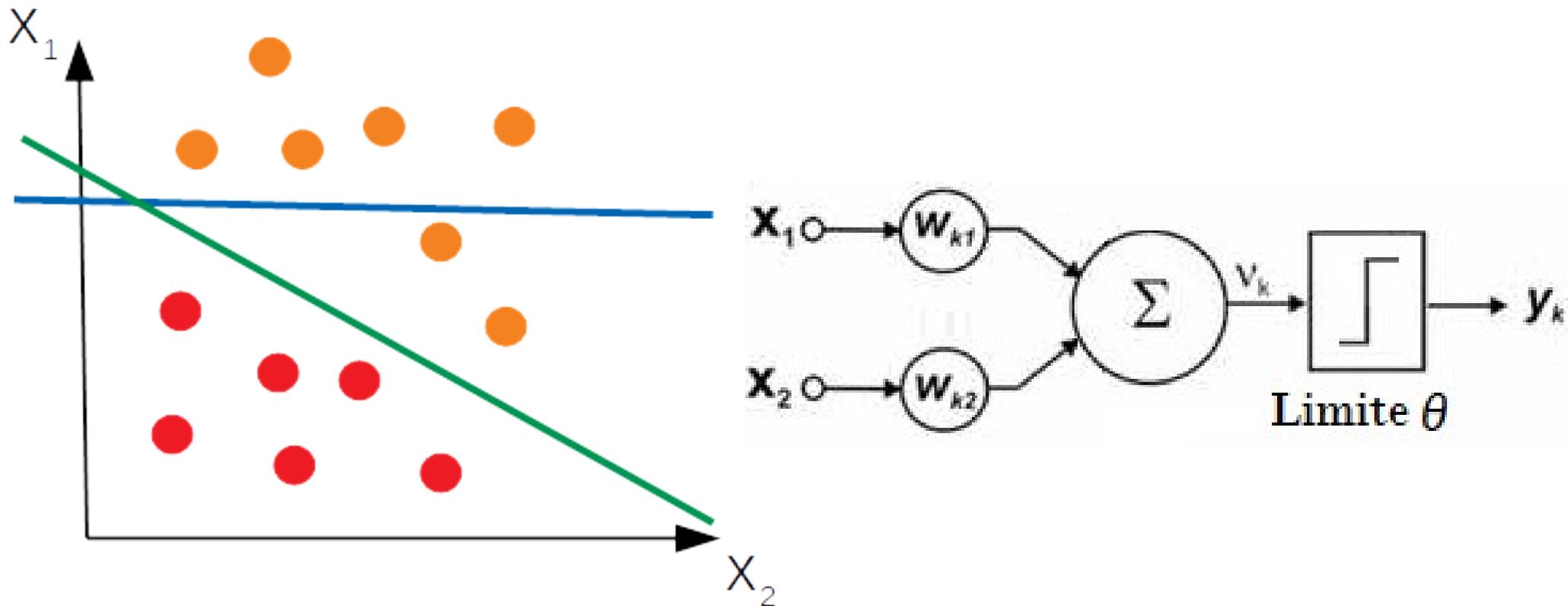


$$Y_k = 1 \text{ se } \left(\sum_{i=1}^n w_{ki} x_i \right) \geq \theta$$

$$Y_k = 0 \text{ caso contrário}$$

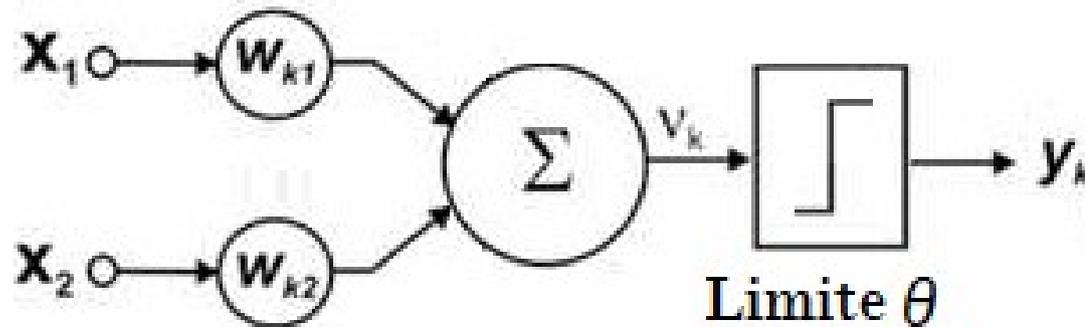
Partições do espaço de busca

Neurônios com diferentes pesos em suas entradas e diferentes valores de limiar produzem diferentes partições no espaço de entradas.



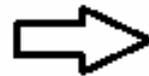
Partições do espaço de busca

Vamos analisar o caso particular de 2 entradas e 1 saída.



$$Y_k = 1 \text{ se } \left(\sum_{i=1}^n w_{ki} x_i \right) \geq \theta$$

$$Y_k = 0 \text{ caso contrário}$$

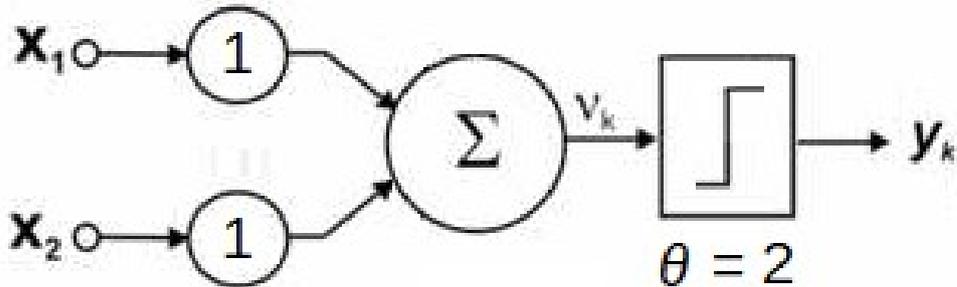


$$Y_k = 1 \text{ se } W_{k1} X_1 + W_{k2} X_2 \geq \theta$$

$$Y_k = 0 \text{ caso contrário}$$

Partições do espaço de busca

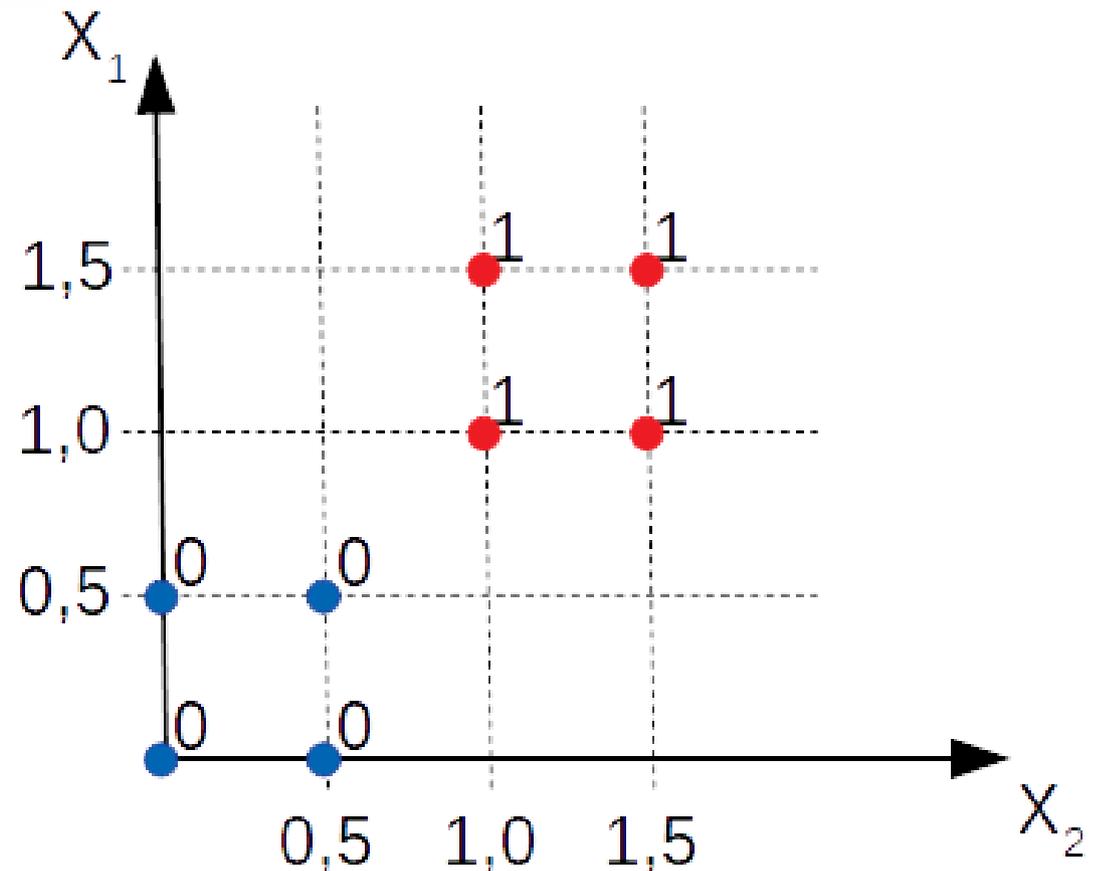
Considerando $w_1 = 1$, $w_2 = 1$ e $\Theta = 2$ temos:



$$Y_k = 1 \text{ se } 1 \cdot X_1 + 1 \cdot X_2 \geq 2$$

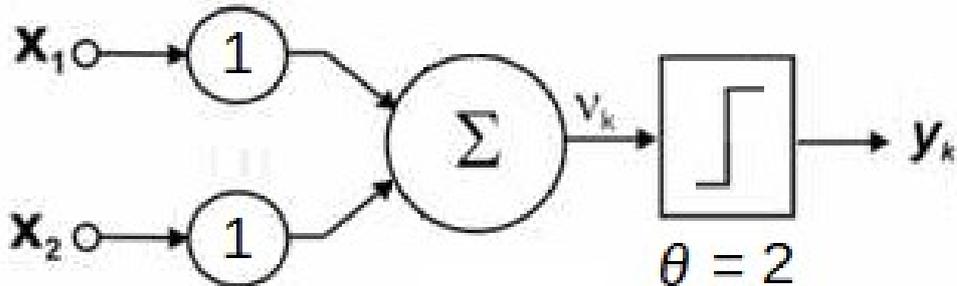
$$Y_k = 0 \text{ caso contrário}$$

X_1	X_2	Y_k
0	0	0
0	0,5	0
0,5	0	0
0,5	0,5	0
1	1	1
1	1,5	1
1,5	1	1
1,5	1,5	1



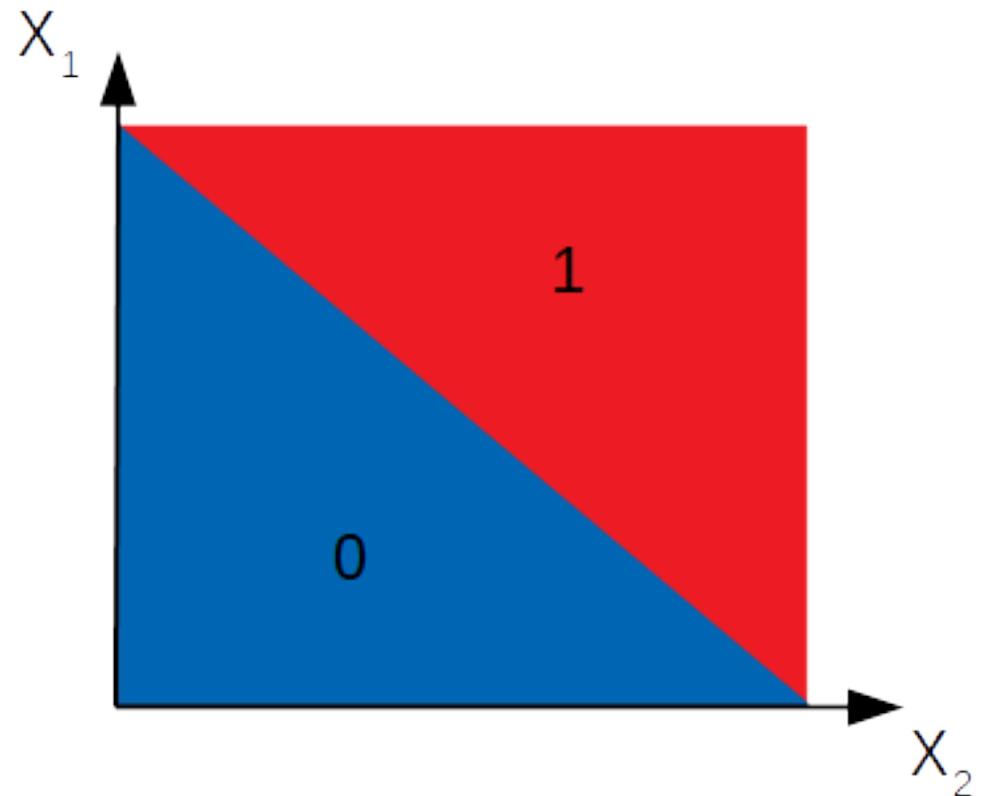
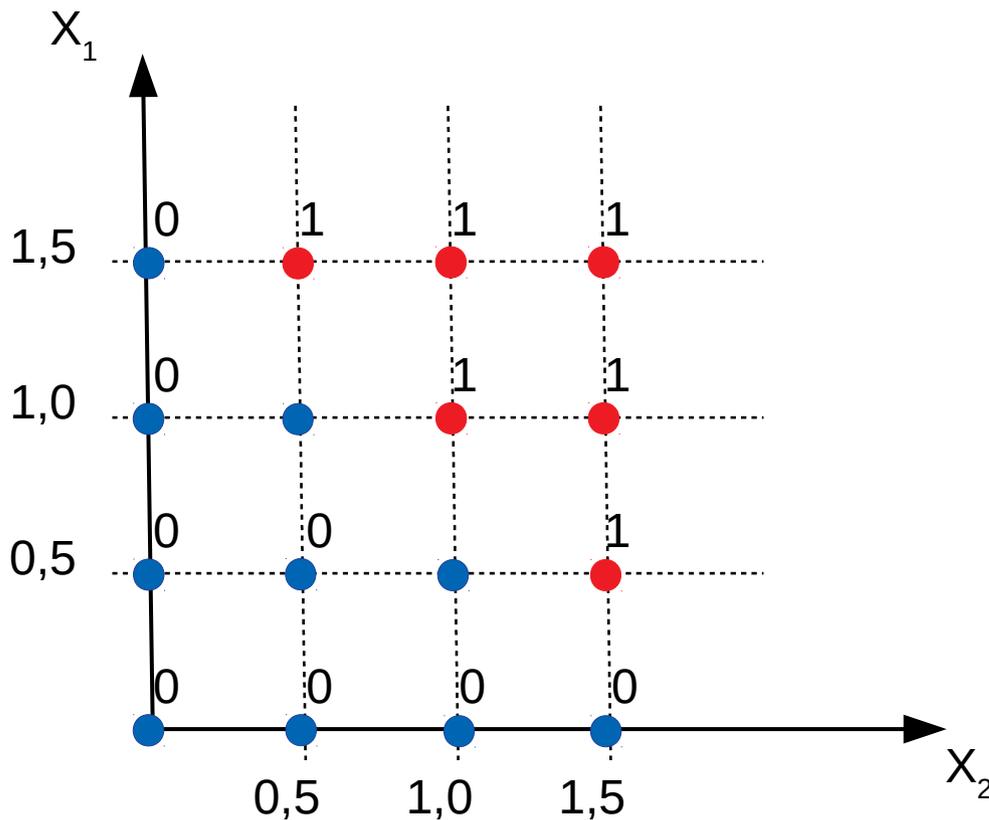
Partições do espaço de busca

Se aumentarmos o número de entradas temos:



$$Y_k = 1 \text{ se } 1 \cdot X_1 + 1 \cdot X_2 \geq 2$$

$$Y_k = 0 \text{ caso contrário}$$



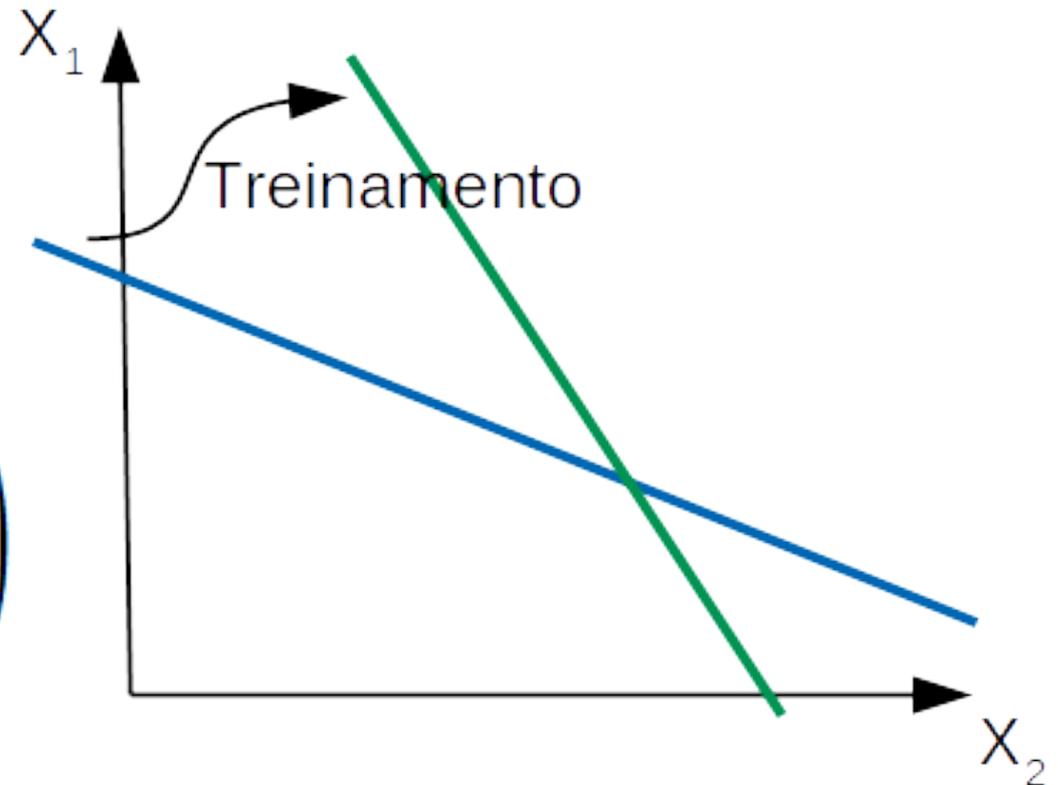
Partições do espaço de busca

A saída (y) é uma função da combinação linear das entradas (x).

$$W_1 \cdot X_1 + W_2 \cdot X_2 = \theta$$

ou

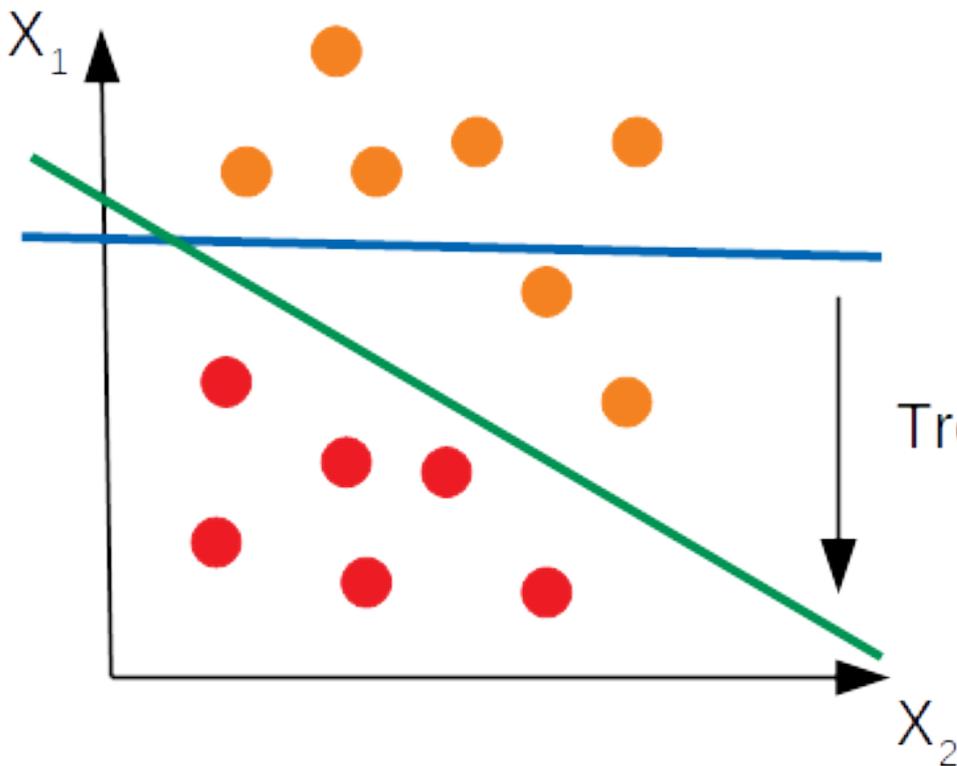
$$X_2 = -\left(\frac{W_1}{W_2}\right) \cdot X_1 + \left(\frac{\theta}{W_2}\right)$$



O treinamento de um neurônio e conseqüentemente de uma Rede Neural Artificial acontece através da alteração dos parâmetros w_1 , w_2 e Θ .

Problemas de classificação

Levando em consideração que a alteração dos parâmetros w e Θ (treinamento) modifica a posição da reta e portanto da partição no espaço de entrada é possível observar que a estrutura de uma Rede Neural Artificial é apropriada para resolver problemas de classificação.



$$Y_k = 1 \text{ se } W_1 \cdot X_1 + W_2 \cdot X_2 \geq \theta$$

$$Y_k = 0 \text{ se } W_1 \cdot X_1 + W_2 \cdot X_2 < \theta$$

Treinamento

$$Y_k = 1 \text{ se } W_1^t \cdot X_1 + W_2^t \cdot X_2 \geq \theta^t$$

$$Y_k = 0 \text{ se } W_1^t \cdot X_1 + W_2^t \cdot X_2 < \theta^t$$

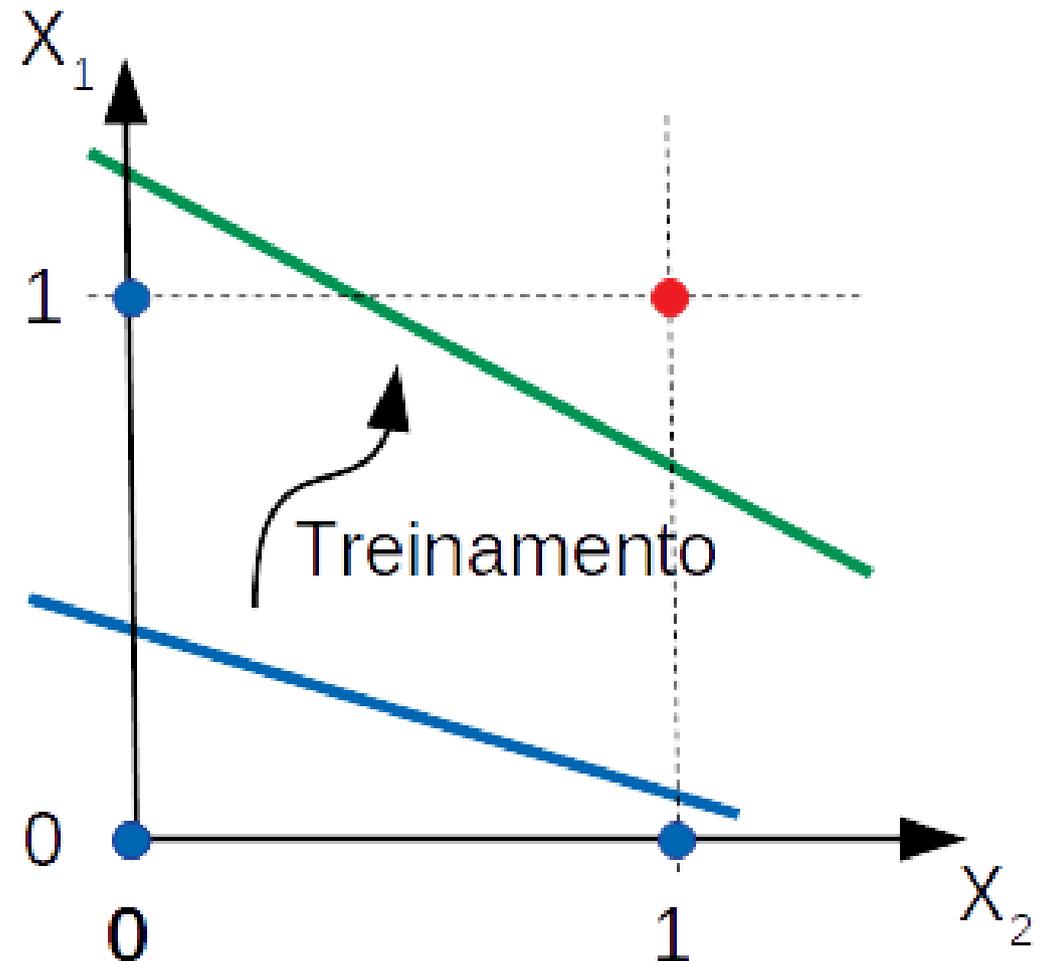
Resolução de problemas

Devido a simplicidade apresentada para os neurônios este modelo ser apenas para a solução de problemas simples ou linearmente separáveis.

Exemplo:

AND Lógico

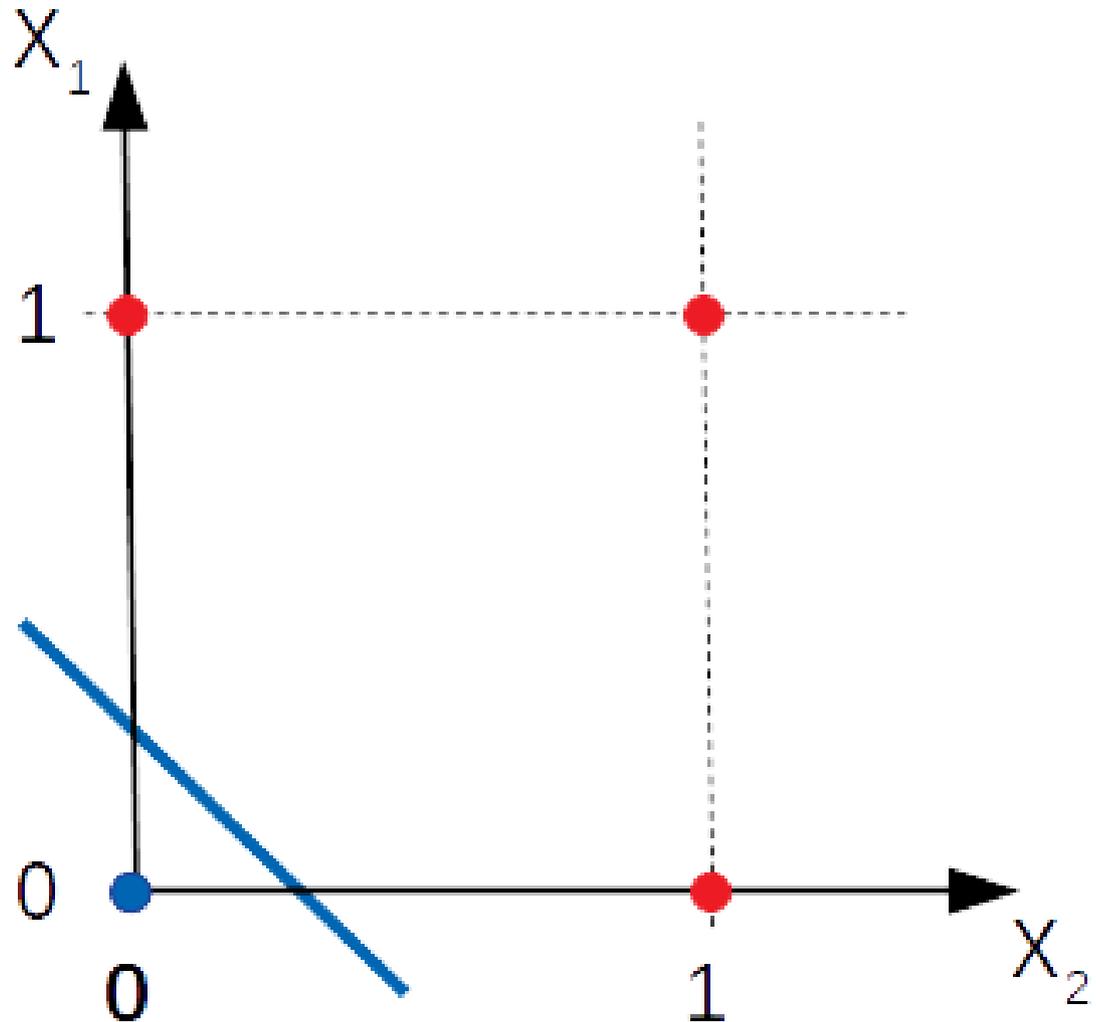
X_1	X_2	Y_k
1	1	1
0	1	0
1	0	0
0	0	0



Resolução de problemas

OR Lógico: Também é linearmente separável.

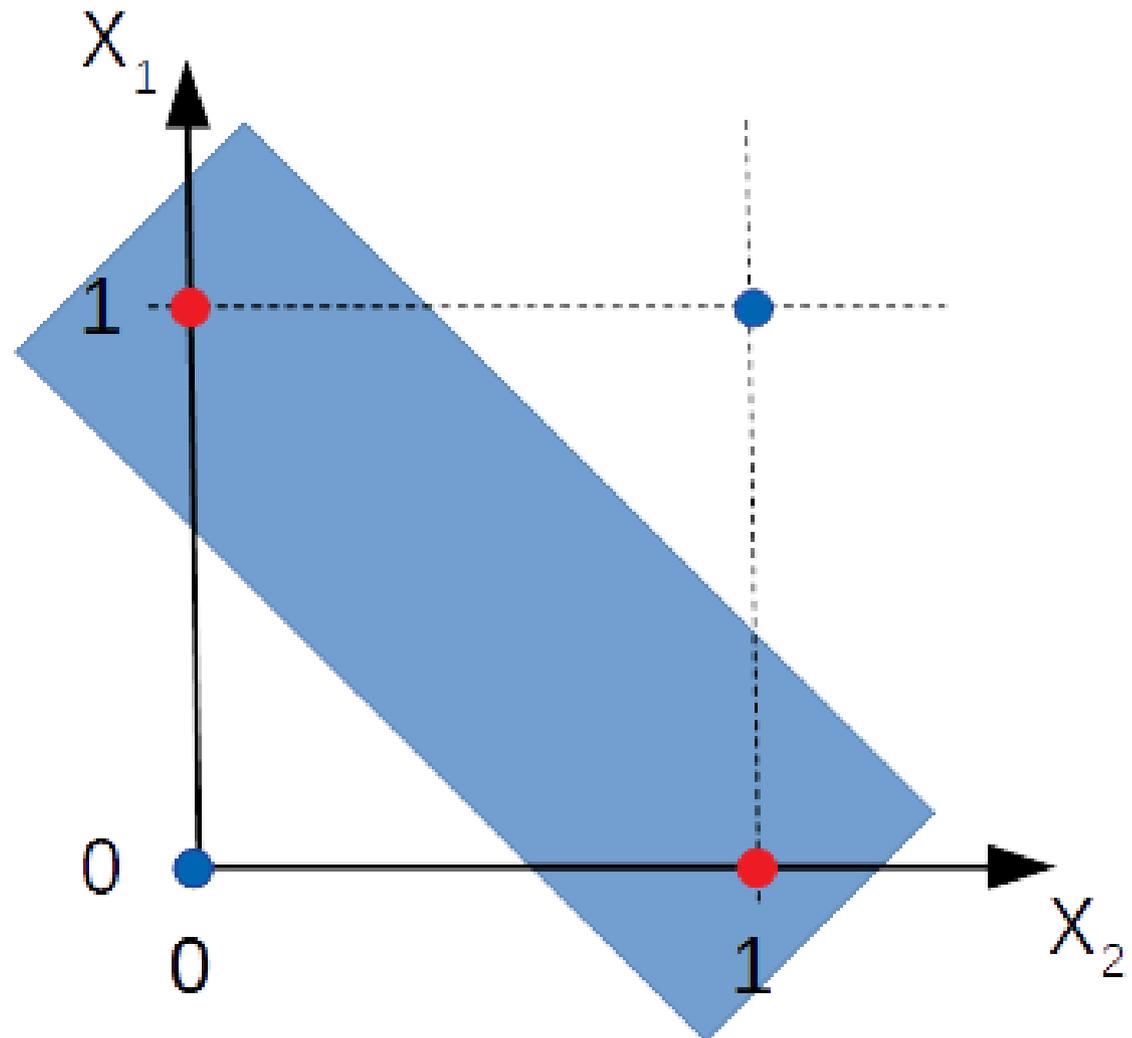
X_1	X_2	Y_k
1	1	1
0	1	1
1	0	1
0	0	0



Resolução de problemas

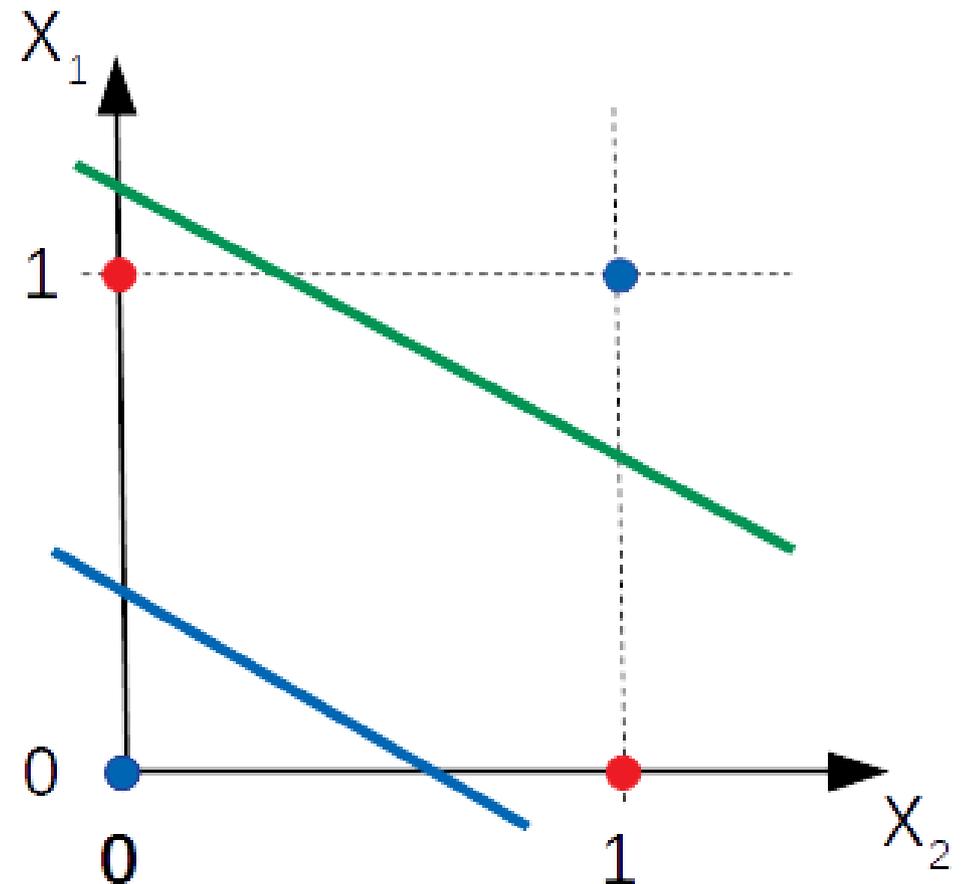
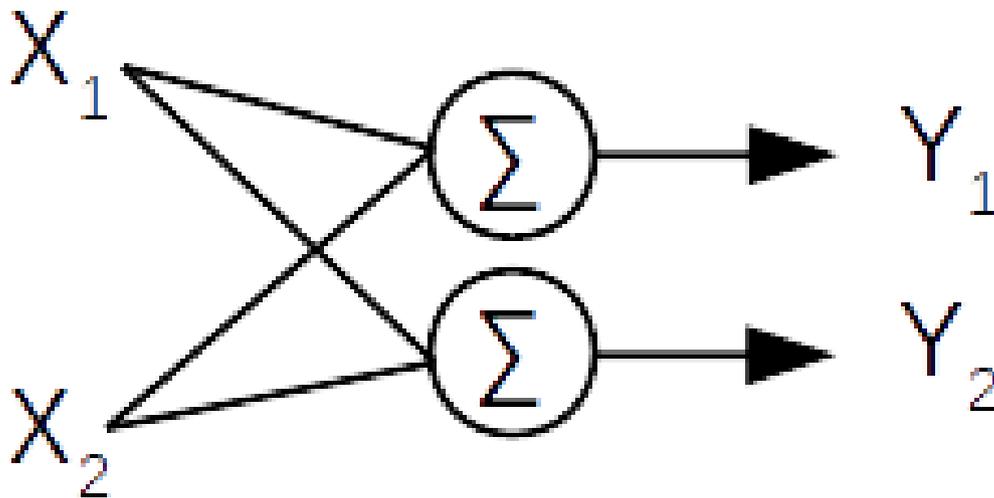
XOR Lógico: Não é linearmente separável.

X_1	X_2	Y_k
1	1	0
0	1	1
1	0	1
0	0	0



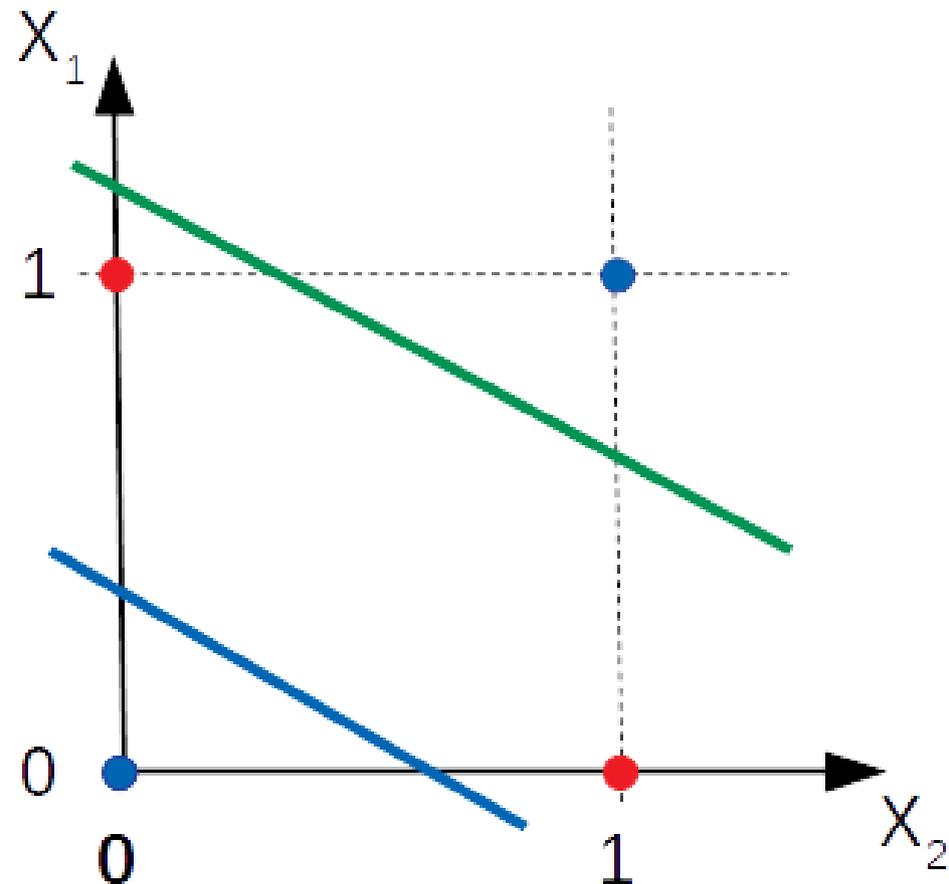
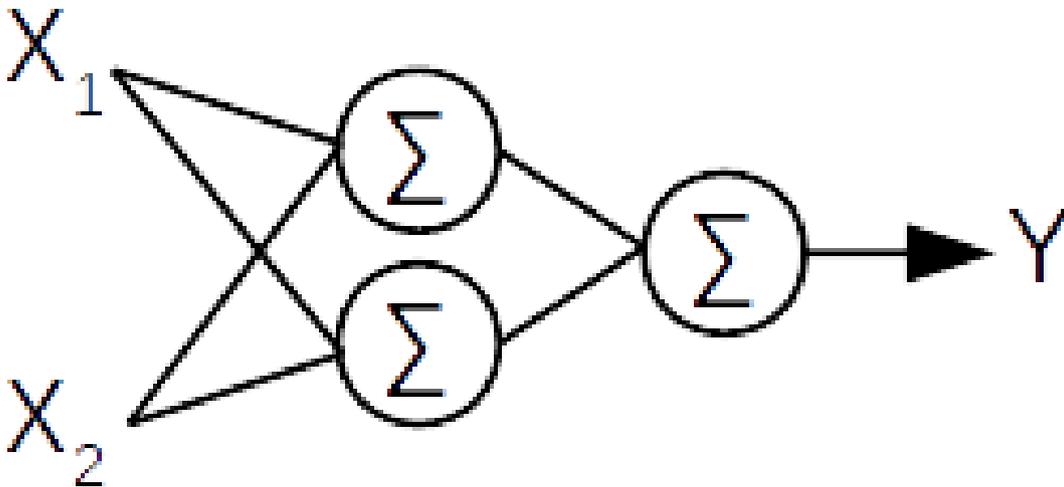
Resolução de problemas

- Como resolver problemas que não são linearmente separáveis?
- Aumentar o número de neurônios resolve? Não!



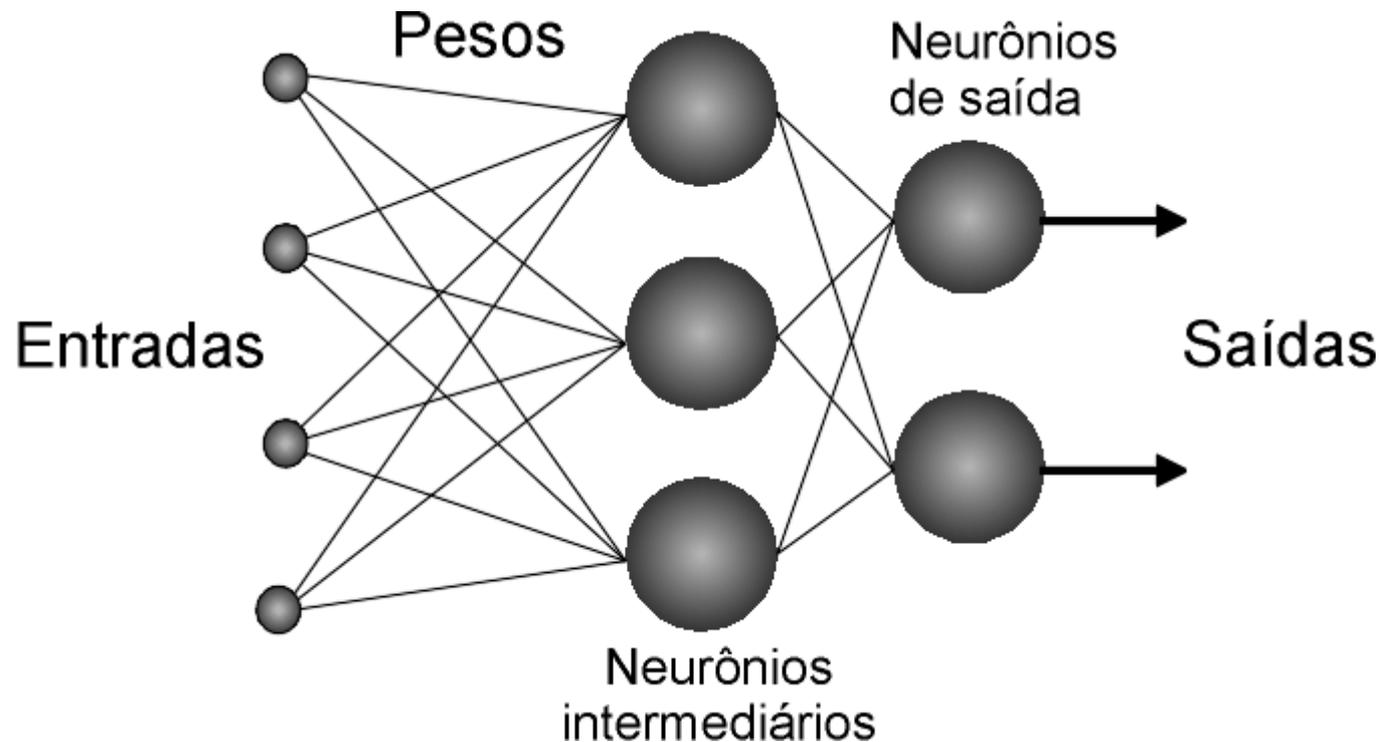
Resolução de problemas

A solução é aumentar o número de camadas de neurônios.



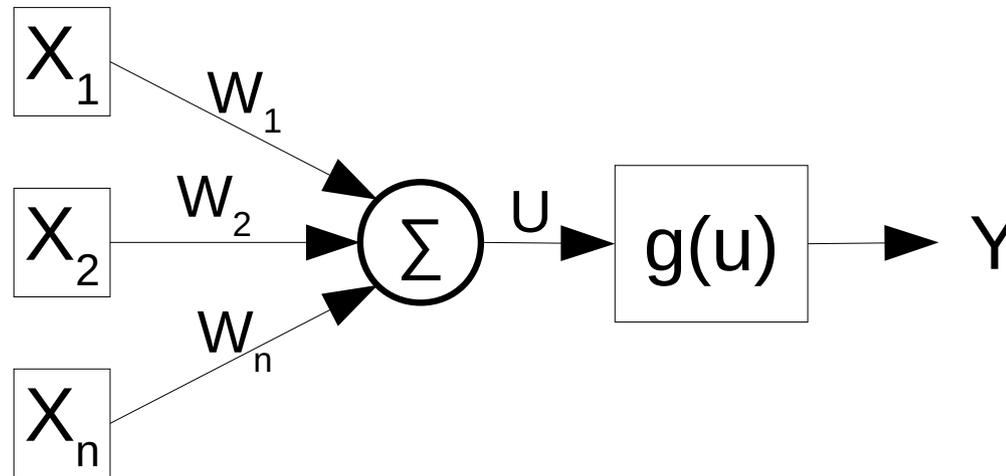
Redes Neurais Artificiais modernas

As redes neurais mais modernas são compostas por múltiplas camadas de neurônios e possibilitam a resolução de problemas não linearmente separáveis.



Funções de ativação

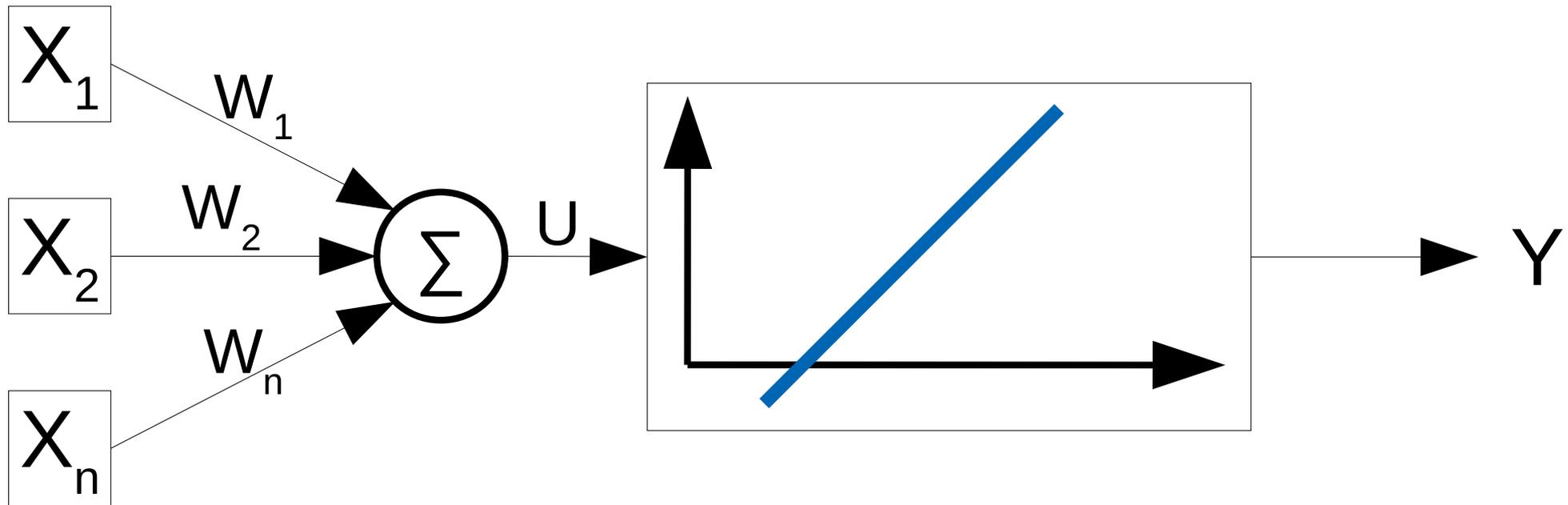
Para o modelo de neurônio a seguir temos:



- Potencial de ativação: $u = \sum_{i=1}^n W_i \cdot X_i$
- Função de ativação: $g(\cdot)$. (função degrau nos exemplos anteriores)
- Assim: $Y = g(u) = g\left(\sum_{i=1}^n W_i \cdot X_i\right)$

Funções de ativação

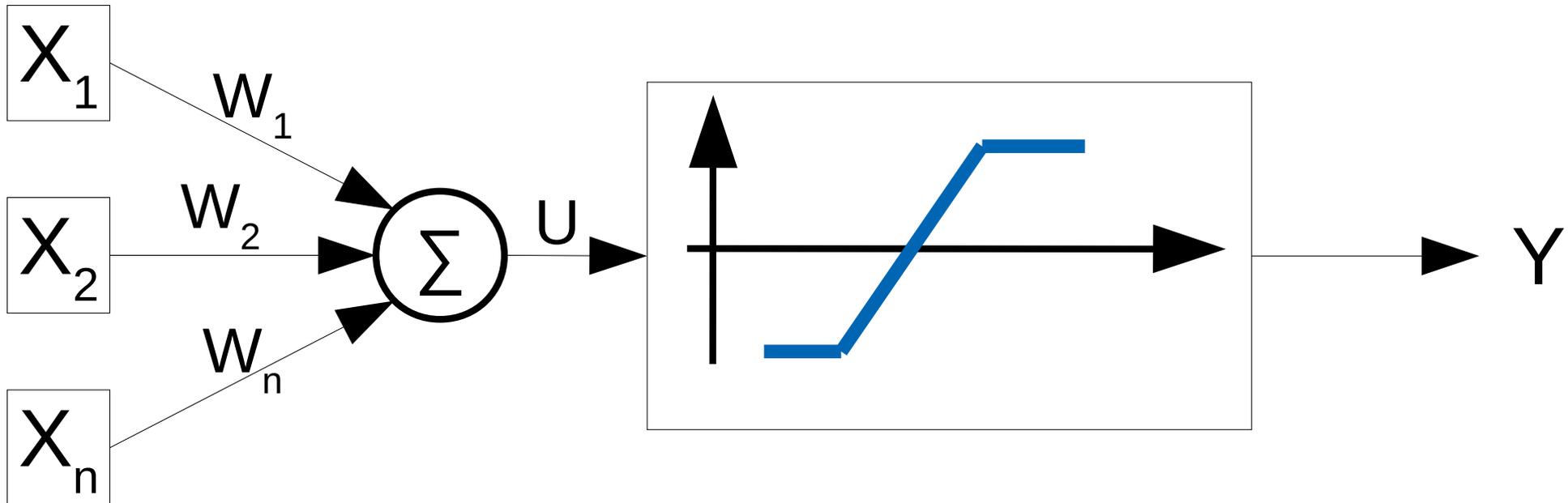
Função Linear



$$Y = \gamma \left(\sum_{i=1}^n W_i \cdot X_i \right) = \gamma u$$

Funções de ativação

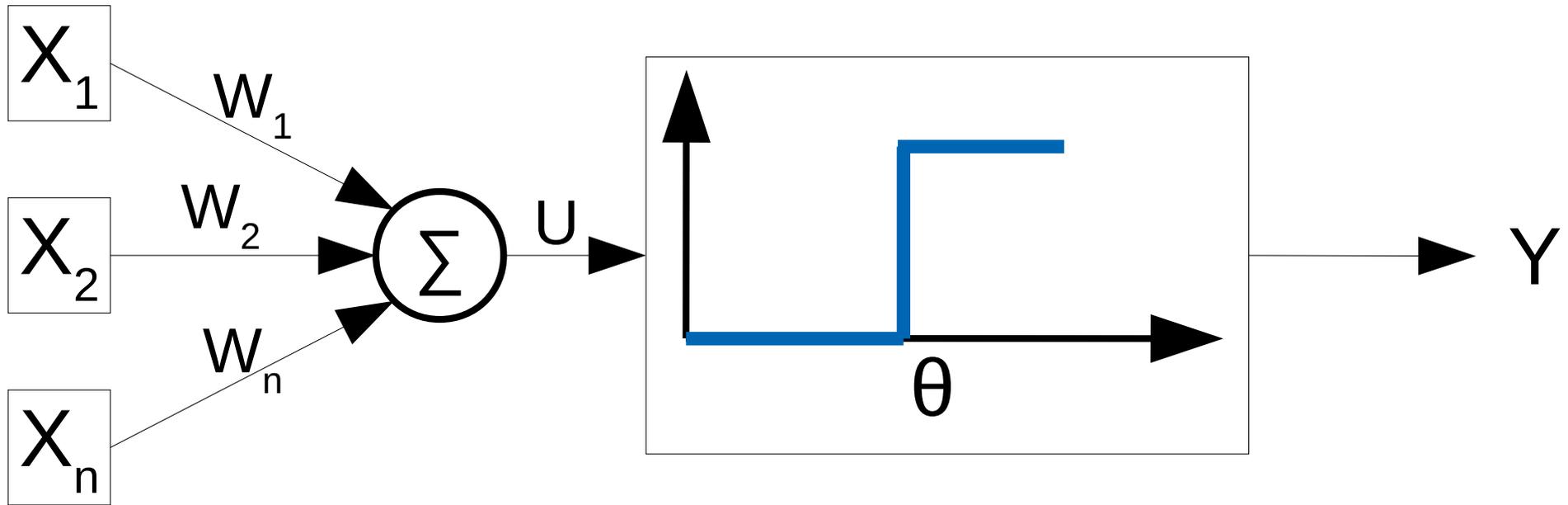
Função Rampa



$$Y = \begin{cases} +1 & \text{se } (u \geq 1) \\ u & \text{se } (|u| < 1) \\ -1 & \text{se } (u \leq -1) \end{cases} \quad \text{onde,} \quad u = \left(\sum_{i=1}^n W_i \cdot X_i \right)$$

Funções de ativação

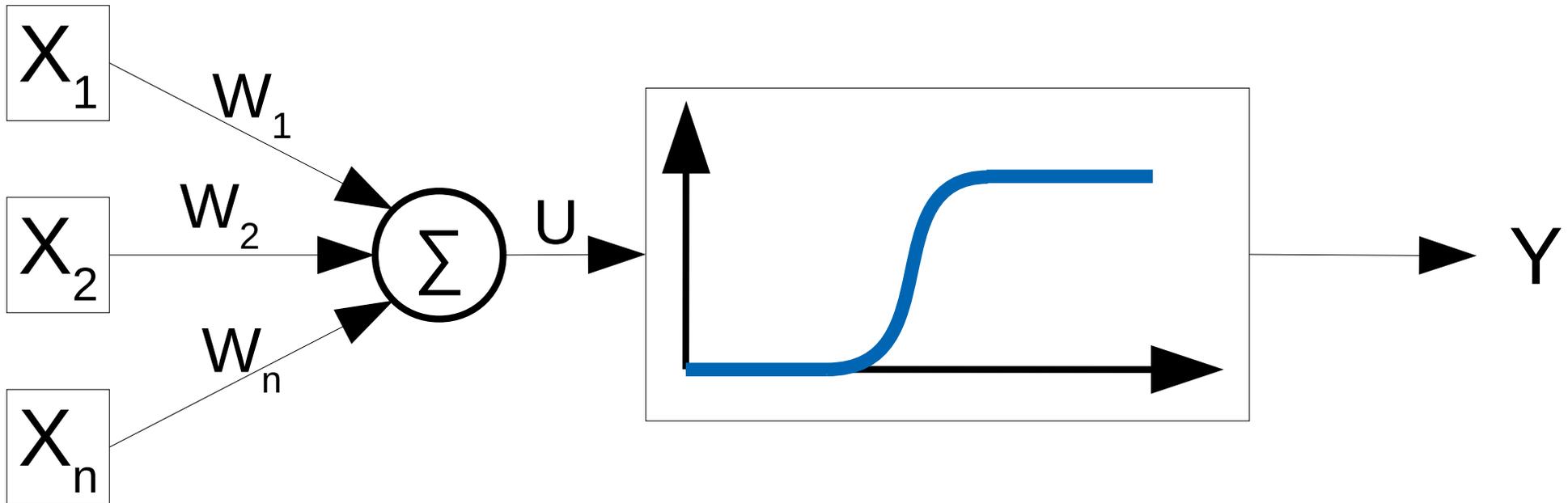
Função Degrau



$$Y = \begin{cases} 1 & \text{se } (u \geq \theta) \\ 0 & \text{se } (u < \theta) \end{cases} \quad \text{onde,} \quad u = \left(\sum_{i=1}^n W_i \cdot X_i \right)$$

Funções de ativação

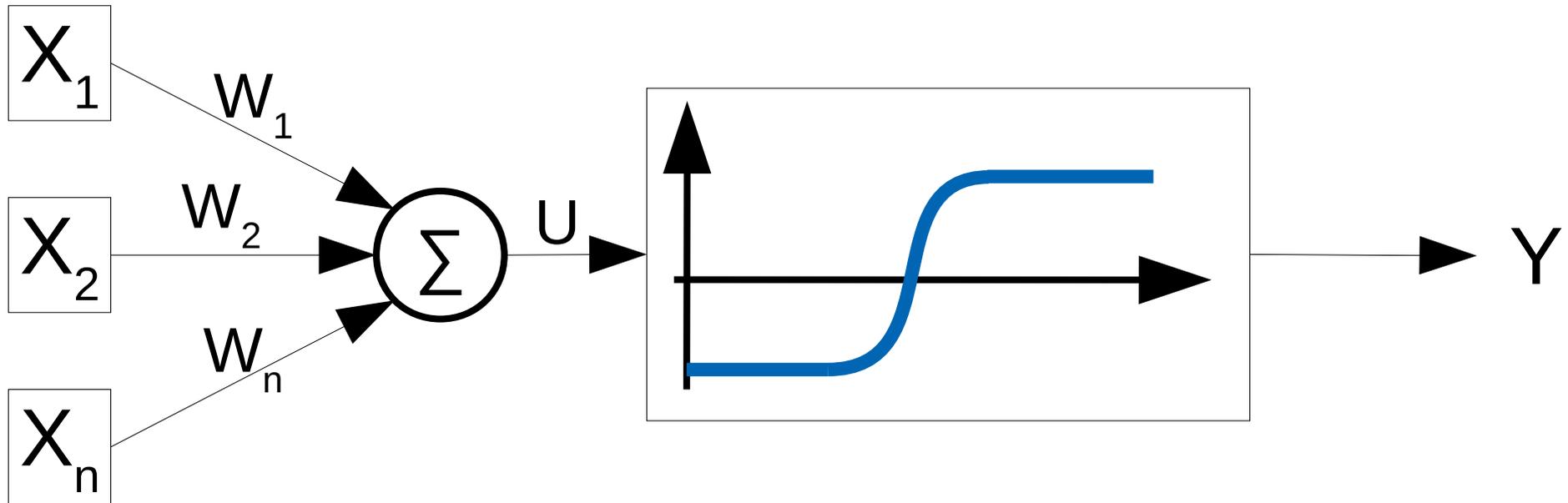
Função Sigmoidal



$$Y = \frac{1}{1 + e^{-u}} \quad \text{onde } u = \left(\sum_{i=1}^n W_i \cdot X_i \right)$$

Funções de ativação

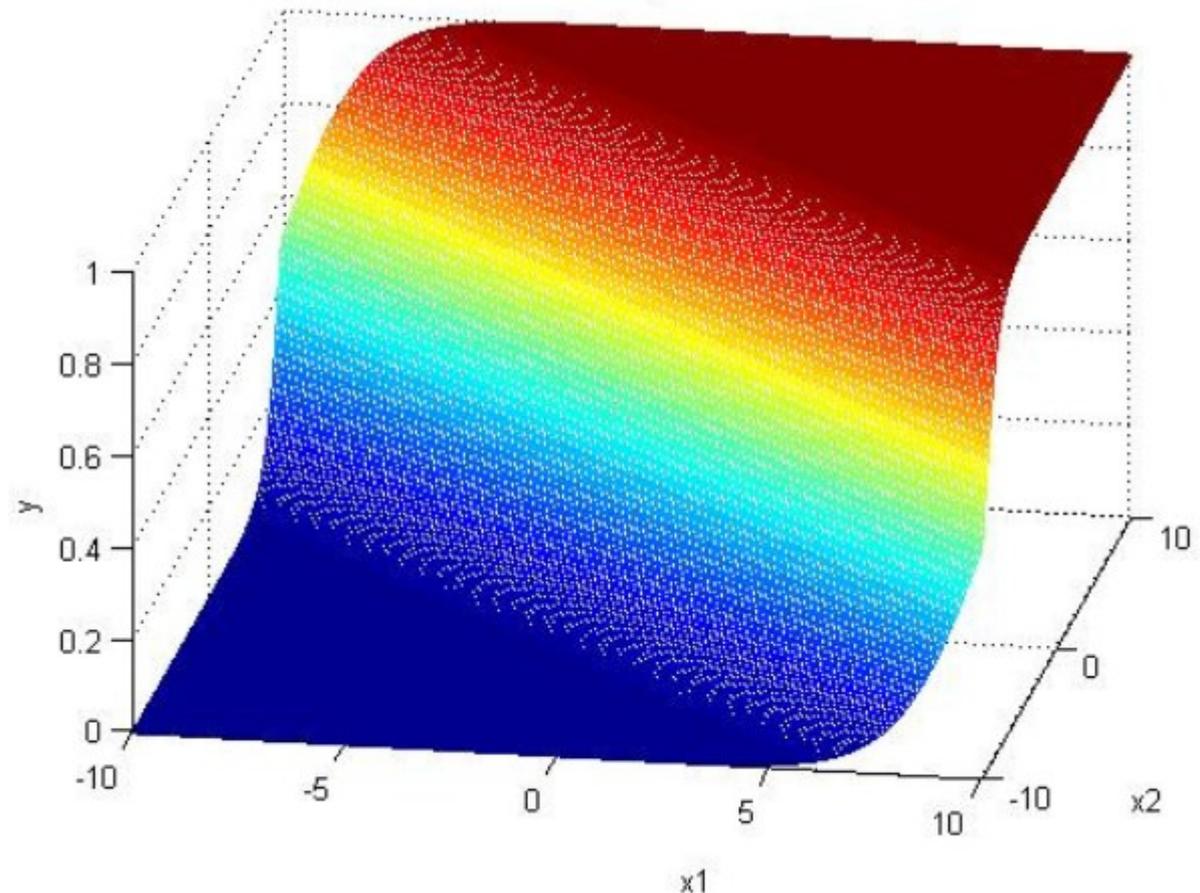
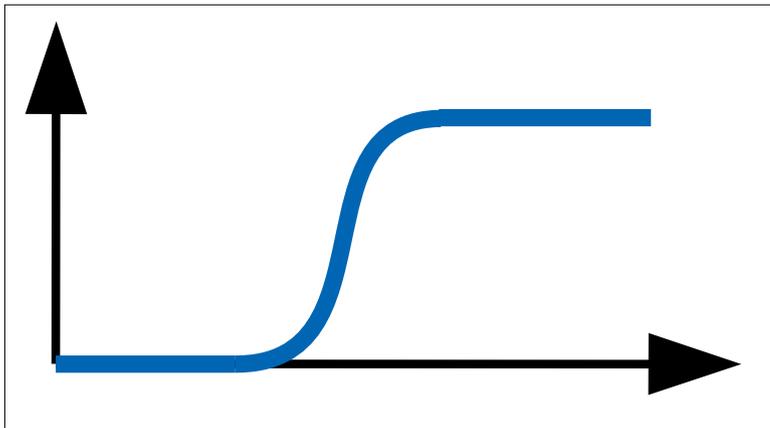
Função Tangente Hiperbólica



$$Y = \frac{e^u - e^{-u}}{e^u + e^{-u}} \quad \text{onde } , u = \left(\sum_{i=1}^n W_i \cdot X_i \right)$$

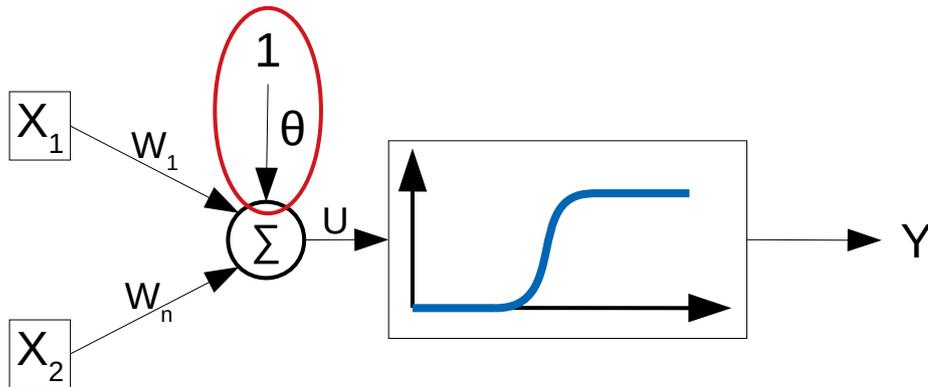
Funções de ativação

Mapeamento de entrada para saída em um neurônio com função de ativação sigmoidal.

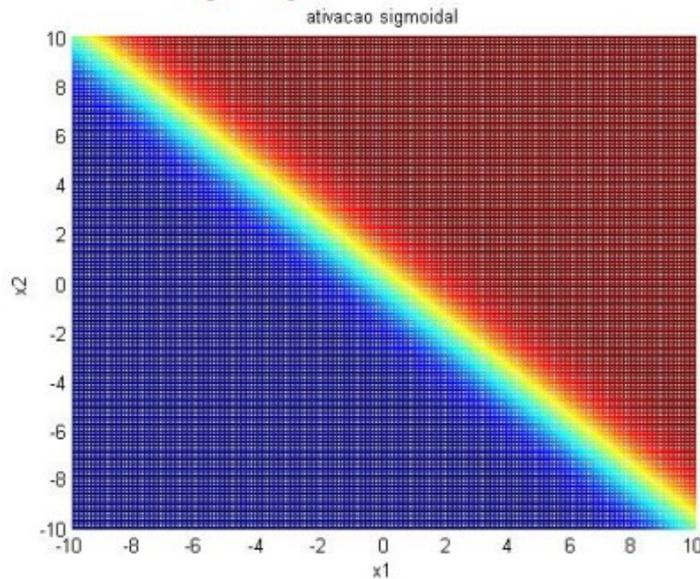


Funções de ativação

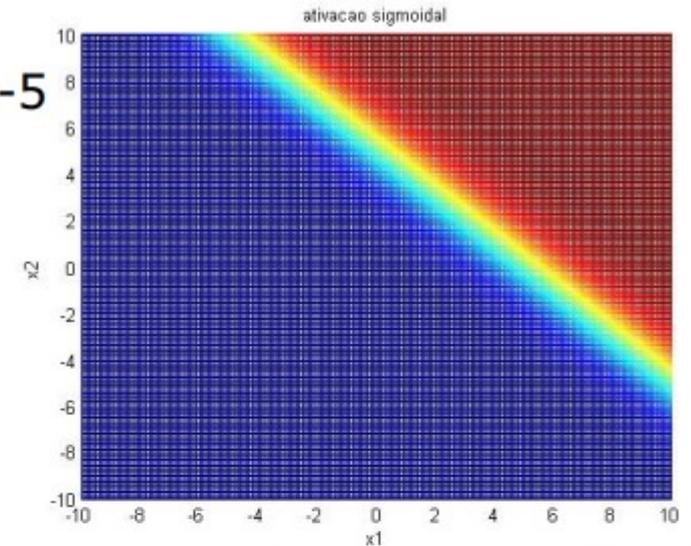
Uma entrada especial chamada **Bias** é utilizada para ajustar o limiar de atuação.



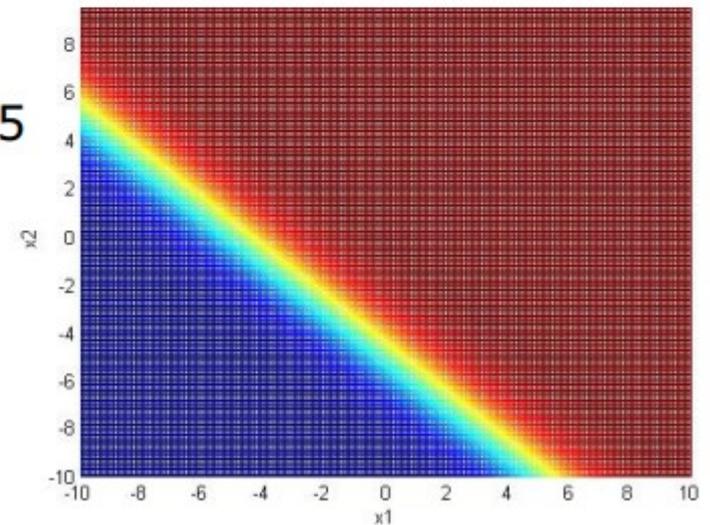
$\Theta = 0$

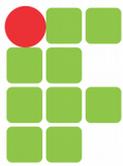


$\Theta = -5$



$\Theta = +5$



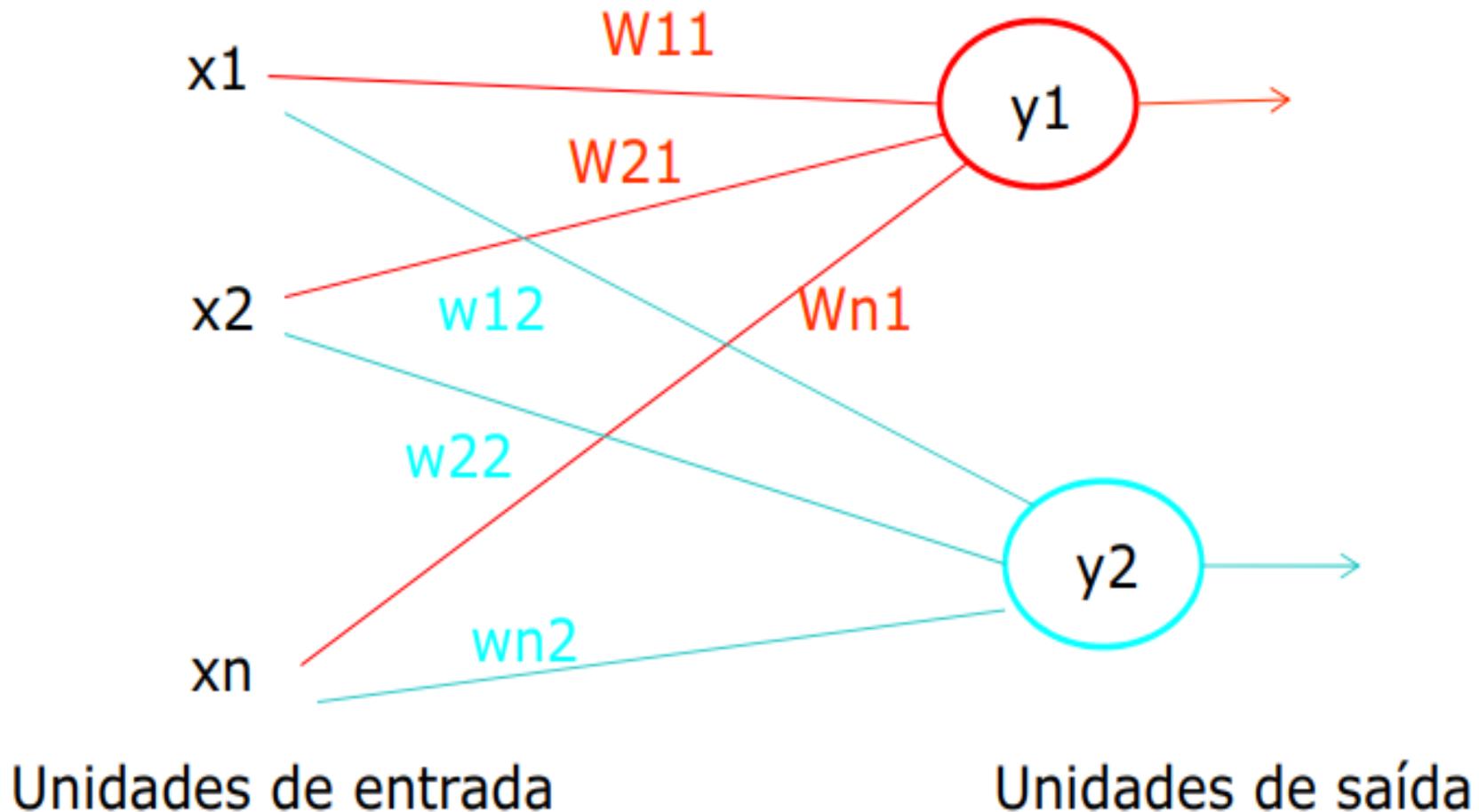


Parâmetros que definem a arquitetura:

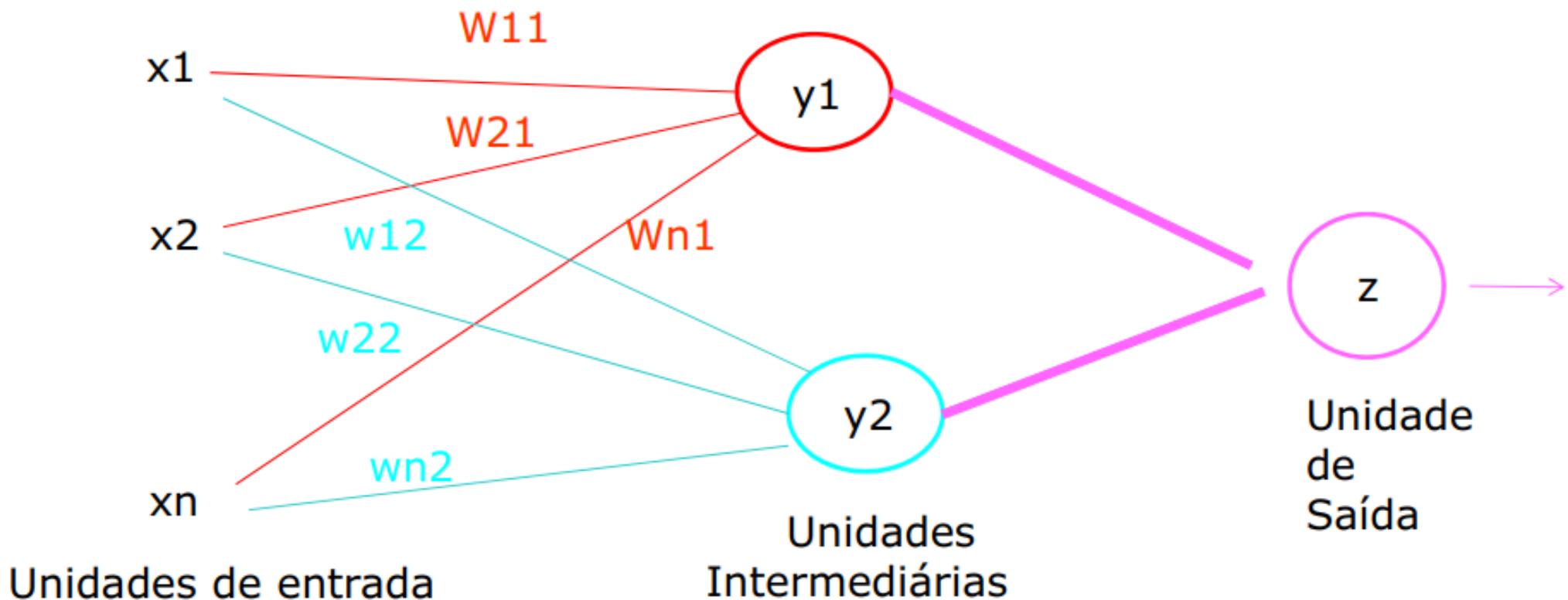
- Número de camadas
- Número de neurônios em cada camada
- Tipo de conexão entre os neurônios
 - Feedforward
 - Feedback
- Conectividade da rede
 - Parcialmente conectada
 - Completamente conectada

Topologias da Redes Neurais

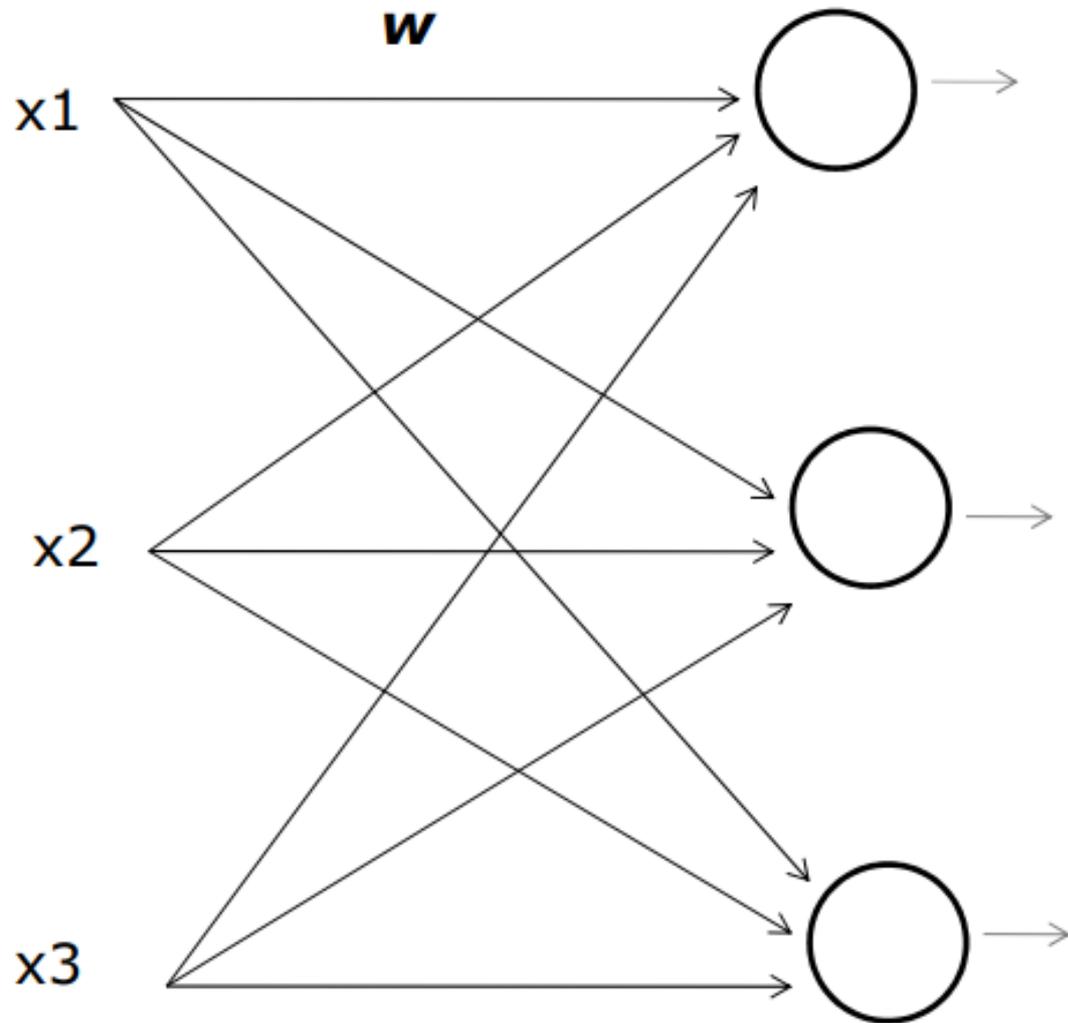
Redes de camada única (Perceptron)



Rede de Múltiplas Camadas (Multilayer Perceptron – MLP)



Topologias da Redes Neurais



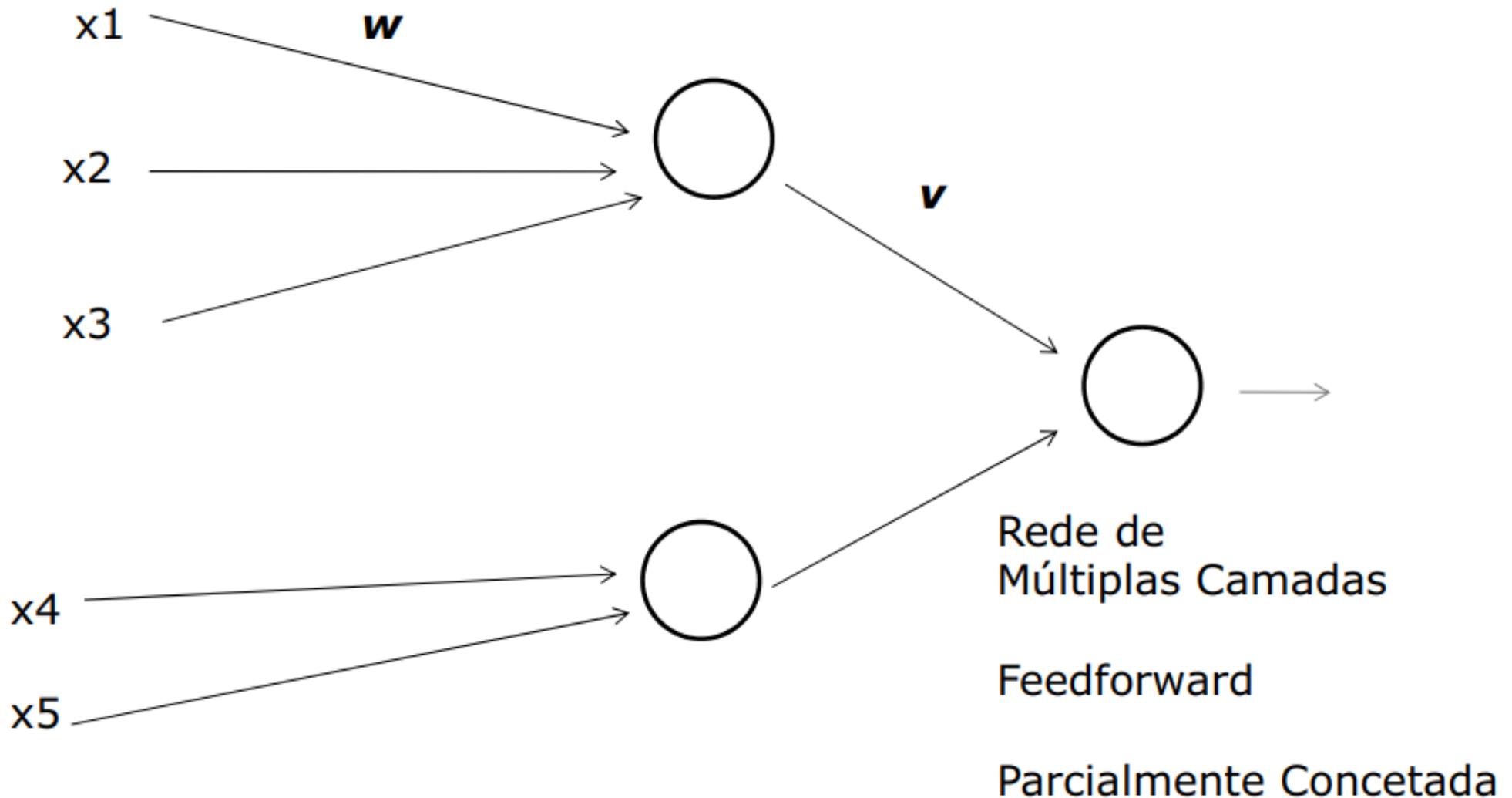
Rede de
Camada Única

Feedforward

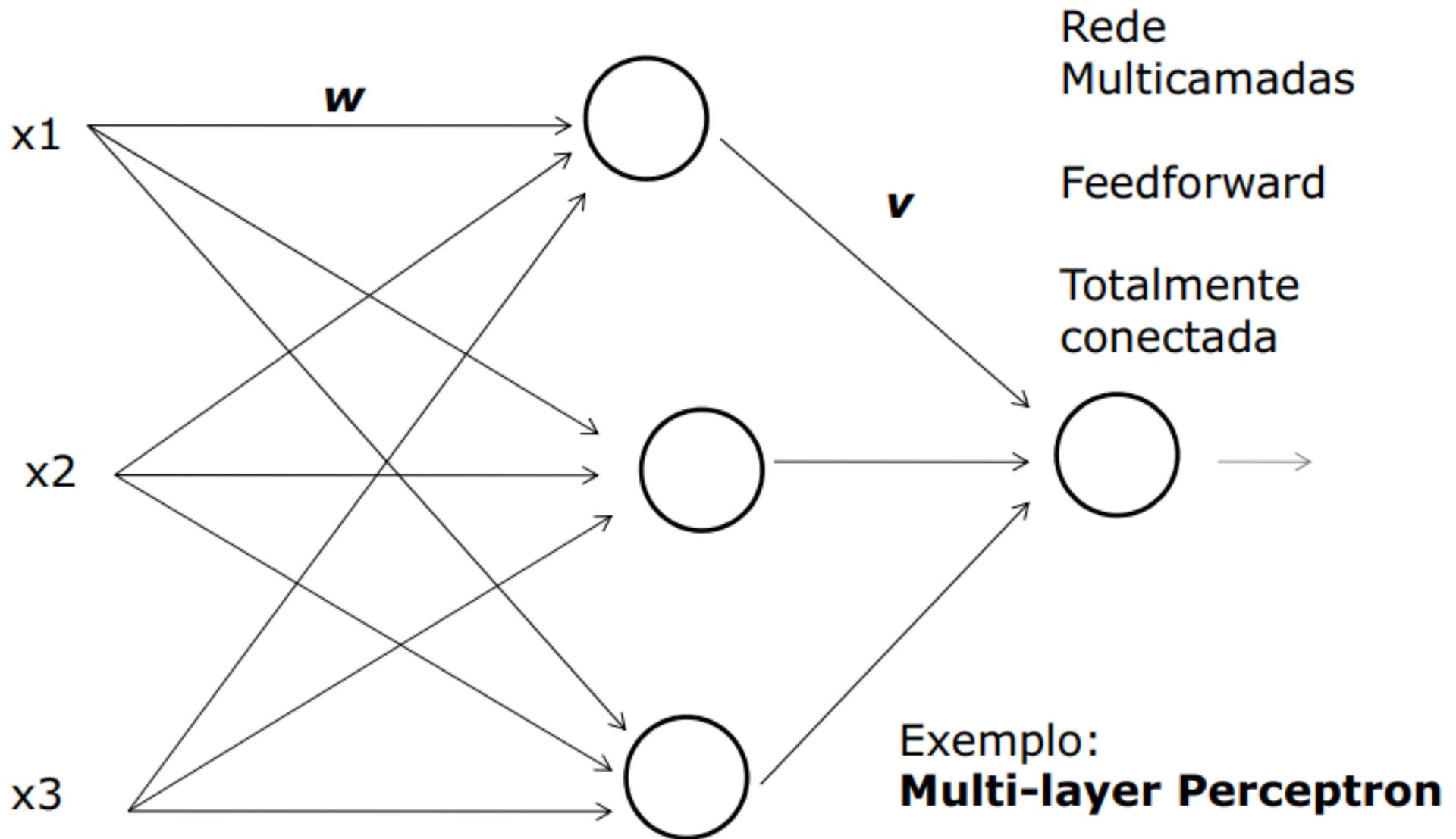
Complemente
Conectada

Exemplo:
Perceptron

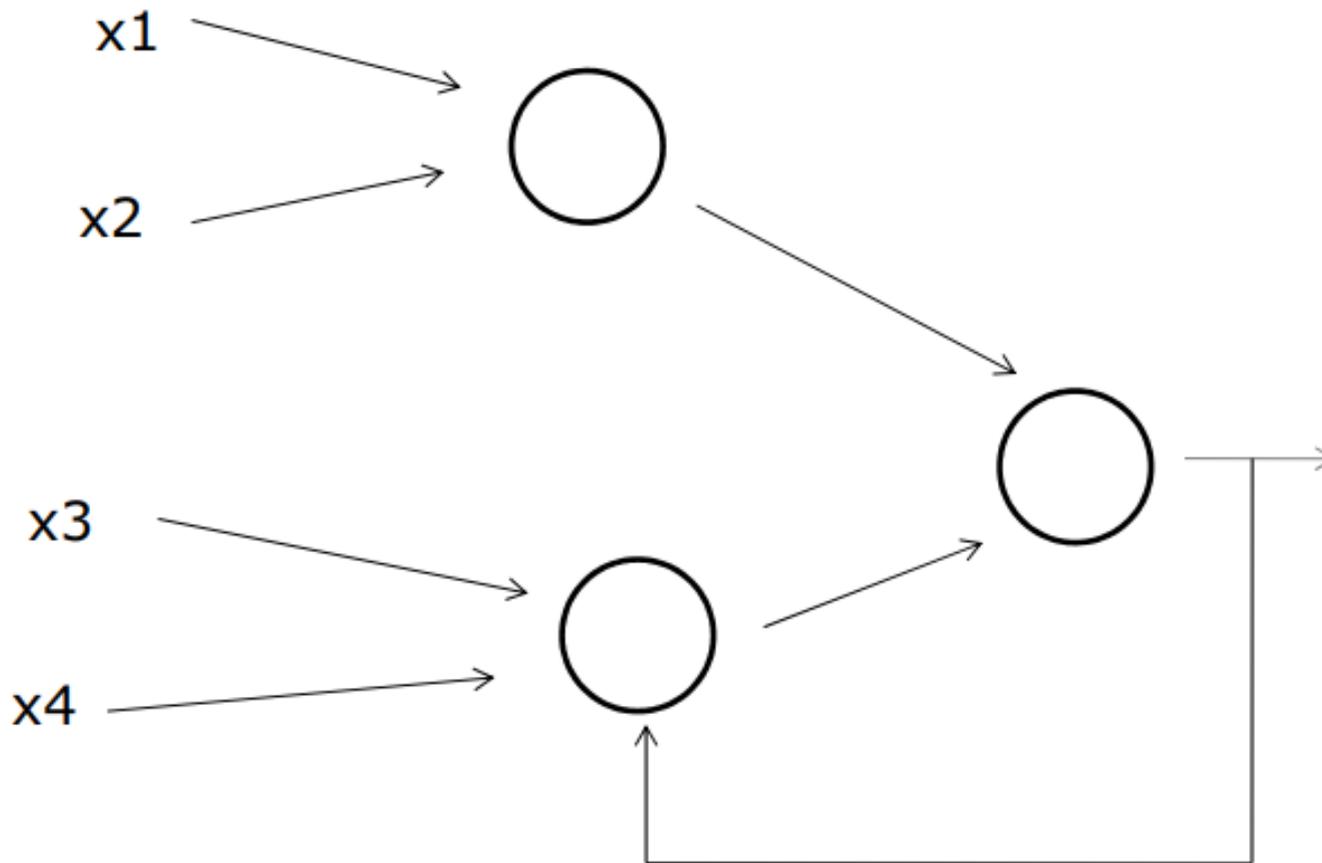
Topologias da Redes Neurais



Topologias da Redes Neurais



Topologias da Redes Neurais

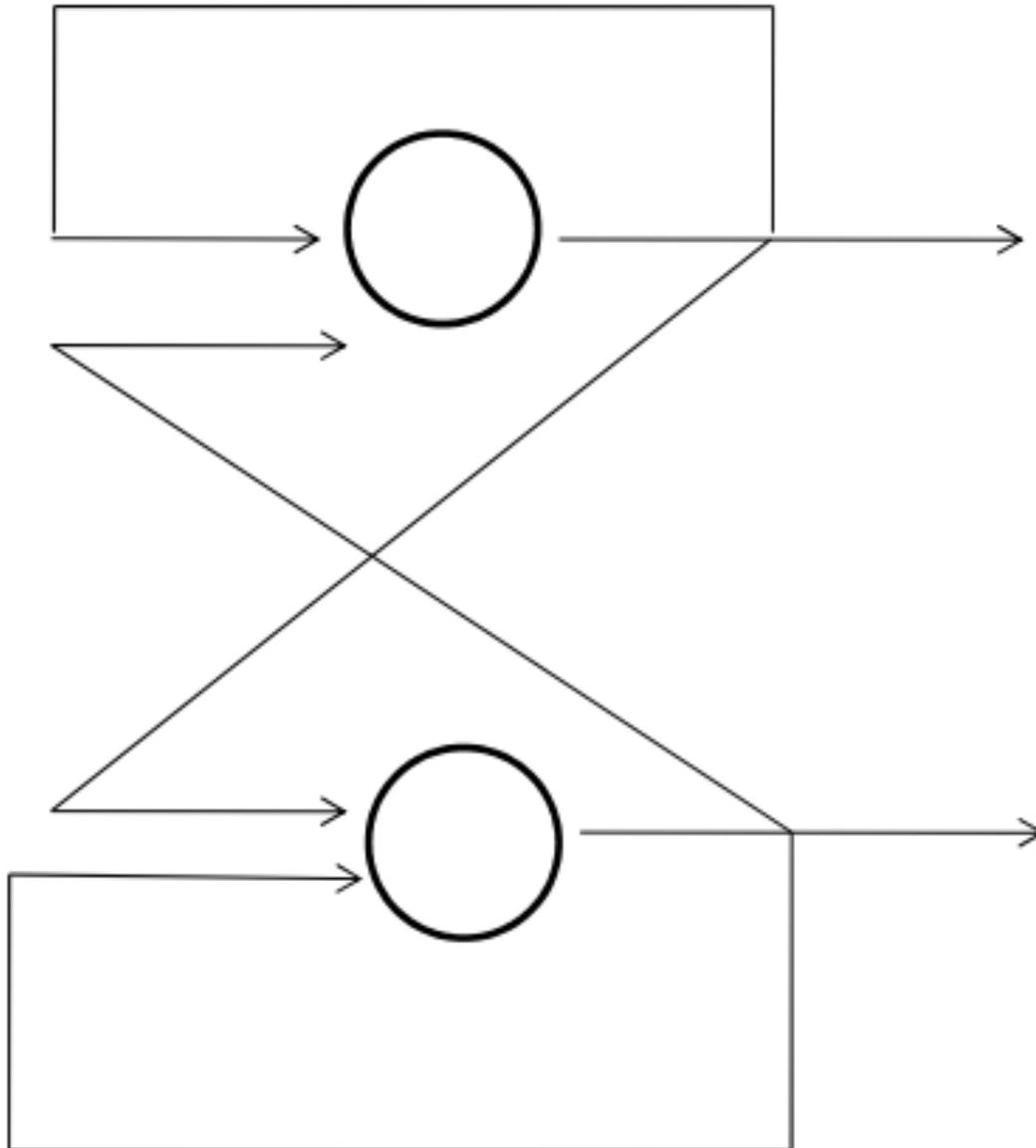


Rede de
Múltiplas Camadas

Recorrente

Parcialmente
Conectada

Topologias da Redes Neurais



Rede de
Camada Única

Recorrente

Completamente
Conectada

Treinamento das Redes Neurais

- Para realizar o treinamento das redes neurais é feito o ajuste dos parâmetros da rede.
- O treinamento é feito de forma iterativa, ajustando os pesos das conexões.
- O conhecimento adquirido pela rede fica armazenado nos pesos das conexões.
- Em outras palavras, aprendizagem em RNA é o processo de modificar os valores de pesos e do limiar.

Algoritmo de retropropagação

- O algoritmo de retropropagação ou back-propagation é aplicado nas RNAs cíclica (feedforward) com uma ou mais camadas intermediárias .
- Utiliza um método do gradiente descendente por correção de erro.
- Uma função de custo é minimizada realizando-se iterativamente ajustes nos pesos sinápticos de acordo com o erro quadrático acumulado para todos os padrões do conjunto de treinamento

Para aplicar o algoritmo de retropropagação é necessário:

- Um conjunto de padrões de treinamento com dados de entrada e saída desejada
- Um valor para a taxa de aprendizado
- Um critério que finalize o algoritmo (por n^o de ciclos, épocas ou por erro)
- Uma metodologia para atualizar os pesos (Δw)
- Uma função de transferência não-linear
- Valores de pesos iniciais

Treinamento das Redes Neurais

Com o algoritmo de aprendizado por retropropagação a rede basicamente aprende um conjunto pré-definido de pares de exemplos (entrada e saída) em ciclos de propagação e adaptação.

Toda vez que um padrão de entrada é aplicado como um estímulo aos elementos da primeira camada da rede, ele é propagado por cada uma das outras camadas até que a saída seja gerada.

Este padrão de saída é então comparado com a saída desejada e um sinal de erro é calculado para cada elemento de saída.

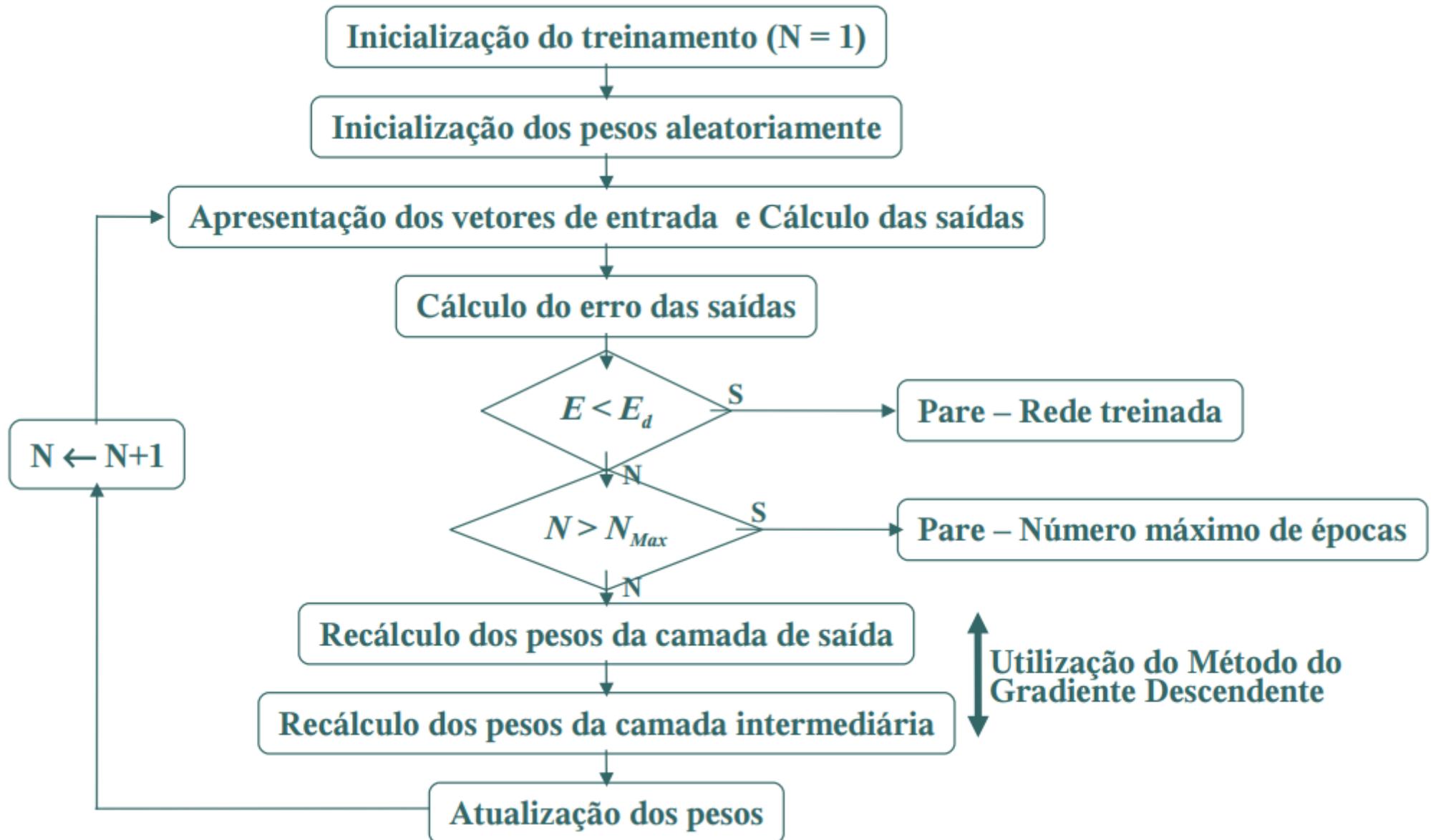
Então o sinal de erro é retropropagado da camada de saída para as camadas intermediárias.

Porém, cada elemento da camada intermediária recebe apenas uma porção do sinal de erro total.

Este processo se repete, camada por camada, até que cada elemento da rede receba um sinal de erro relativo ao erro total .

Baseado no sinal de erro recebido, os pesos das conexões são, então, atualizados de modo a fazer a rede convergir.

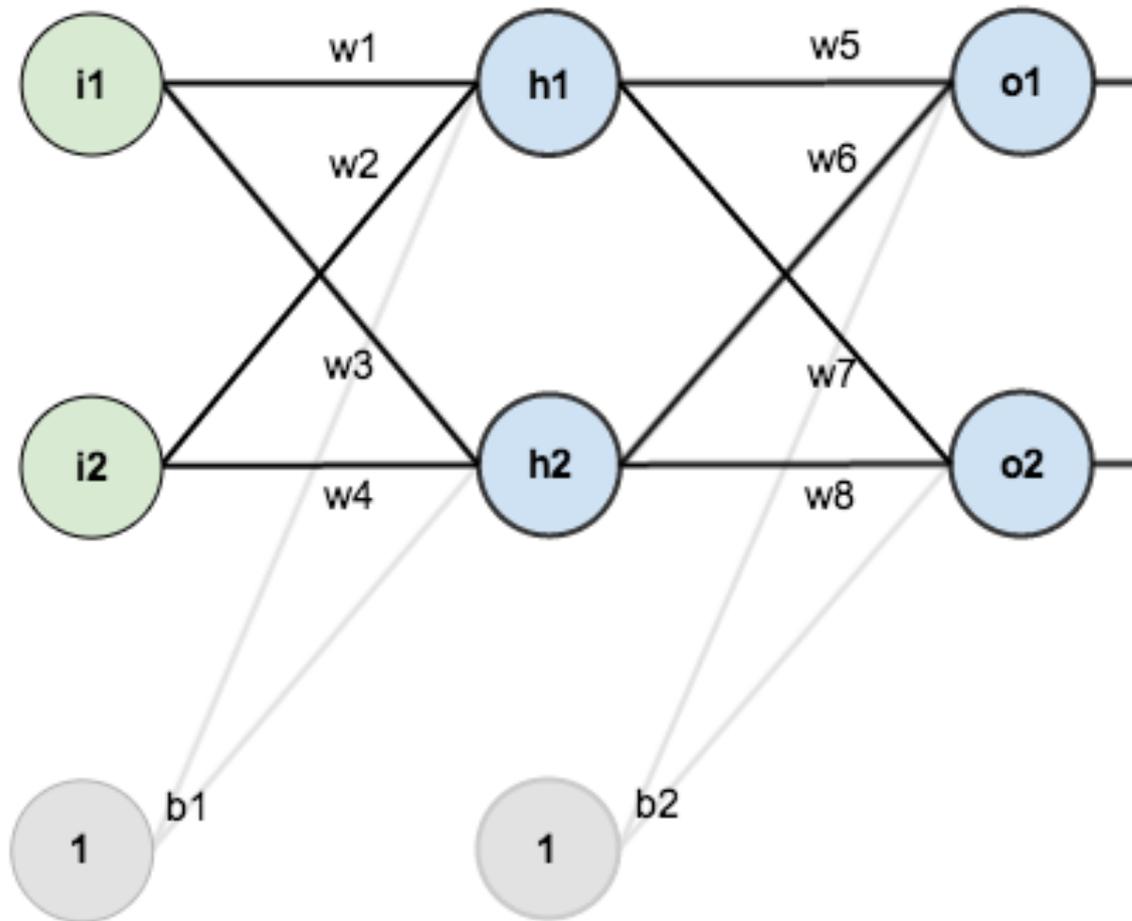
Treinamento das Redes Neurais



Critérios de parada

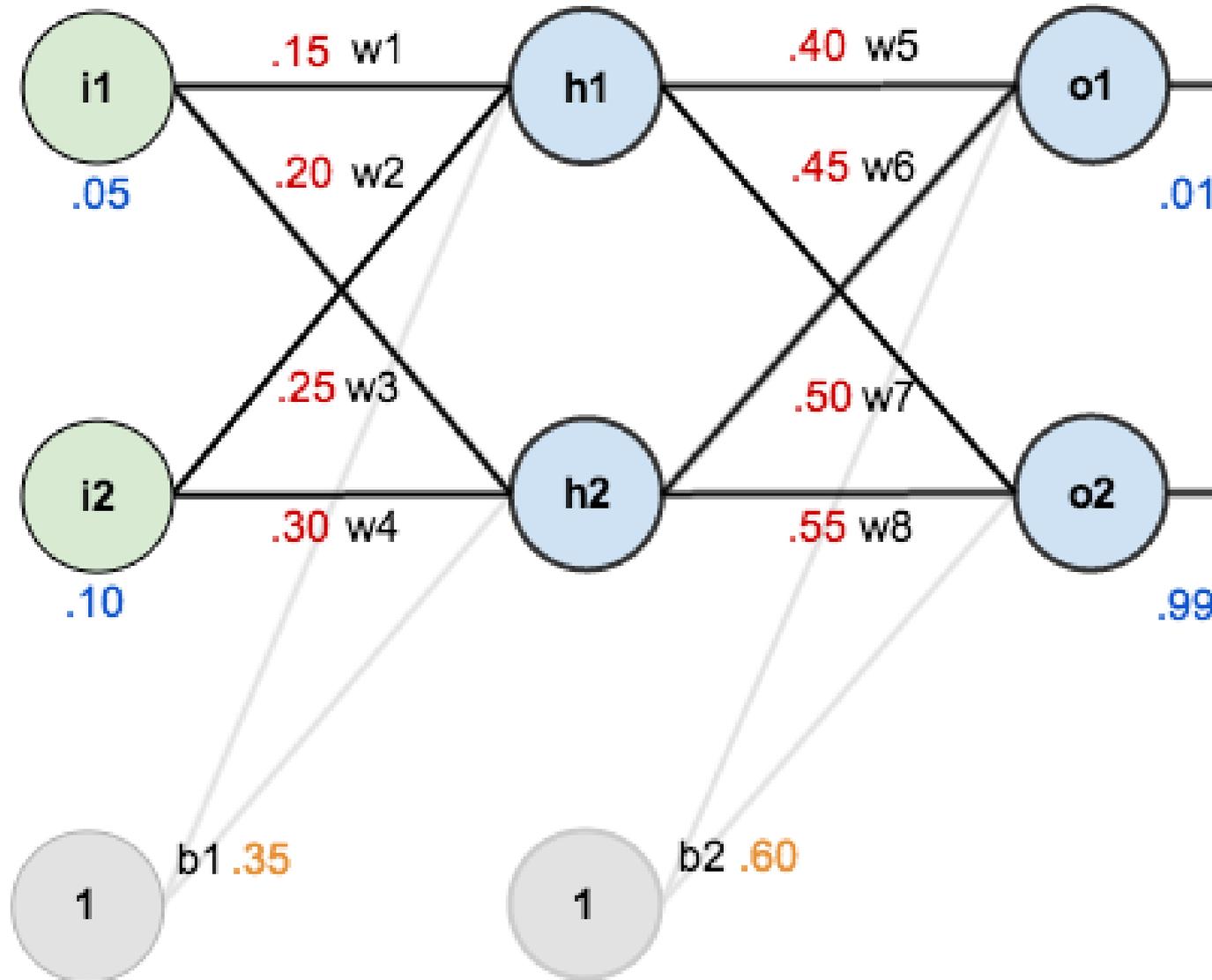
- Finalizar o treinamento após n ciclos
- Finalizar o treinamento após o erro quadrático médio
- Ficar abaixo de uma constante α
- Finalizar o treinamento quando a porcentagem de classificações corretas estiver acima de uma constante α (mais indicado para saídas binárias)
- Combinação dos métodos acima

Exemplo Backpropagation

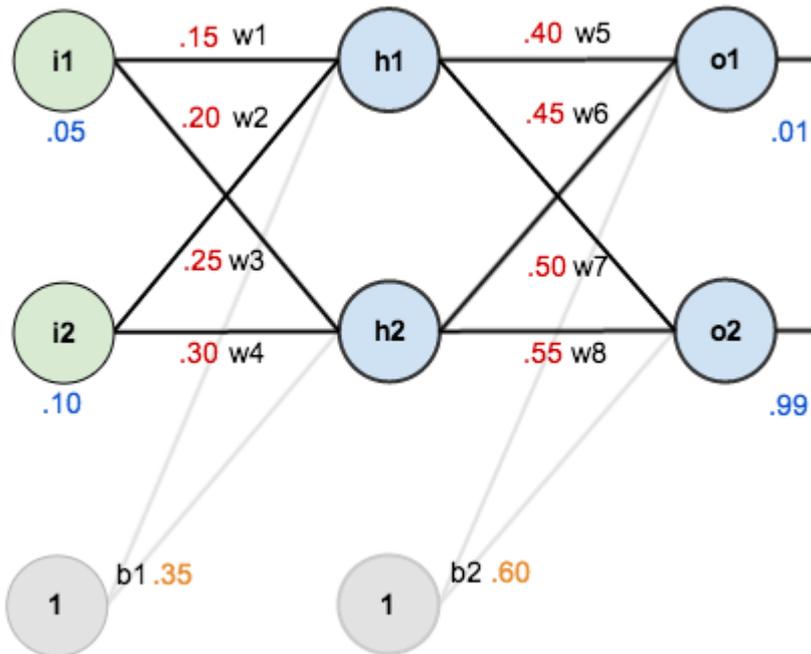


Adaptado de Matt Mazur (<https://mattmazur.com>)

Treinamento das Redes Neurais



Treinamento das Redes Neurais



Calculando a saída para as entradas 0.05 and 0.10.

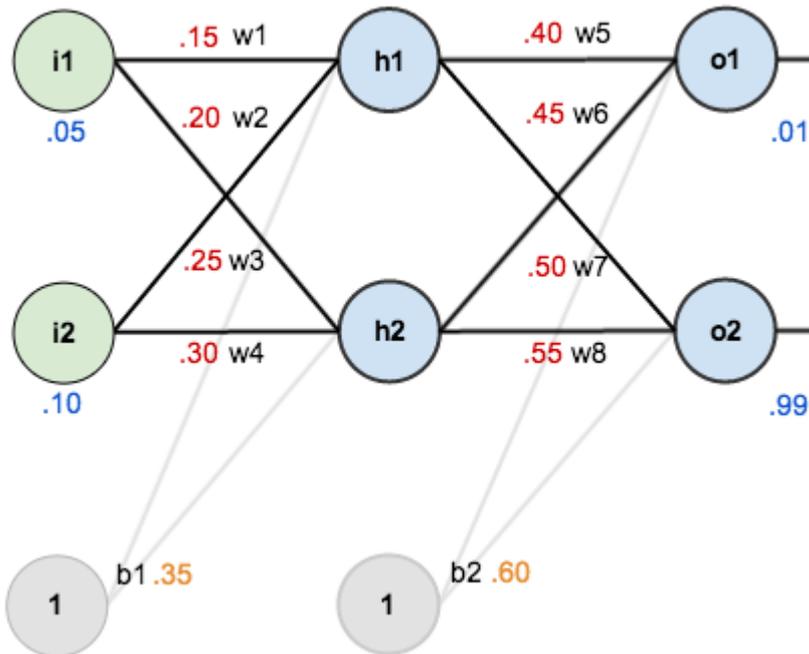
$$net_{h1} = w_1 * i_1 + w_2 * i_2 + b_1 * 1$$

$$net_{h1} = 0.15 * 0.05 + 0.2 * 0.1 + 0.35 * 1 = 0.3775$$

$$out_{h1} = \frac{1}{1+e^{-net_{h1}}} = \frac{1}{1+e^{-0.3775}} = 0.593269992$$

$$out_{h2} = 0.596884378$$

Treinamento das Redes Neurais



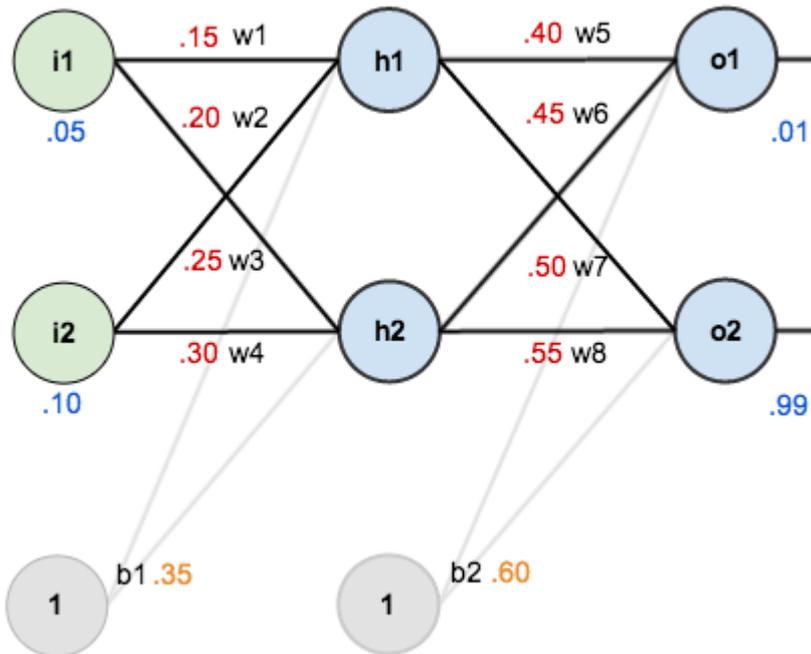
Calculando a saída para as entradas 0.05 and 0.10.

$$net_{o1} = w_5 * out_{h1} + w_6 * out_{h2} + b_2 * 1$$

$$net_{o1} = 0.4 * 0.593269992 + 0.45 * 0.596884378 + 0.6 * 1 = 1.105905967$$

$$out_{o1} = \frac{1}{1+e^{-net_{o1}}} = \frac{1}{1+e^{-1.105905967}} = 0.75136507$$

$$out_{o2} = 0.772928465$$



Calculando o erro total

$$E_{total} = \sum \frac{1}{2} (target - output)^2$$

Considerando que o1 deveria ser 0.01 e a saída atual é 0.75136507, temos:

$$E_{o1} = \frac{1}{2} (target_{o1} - out_{o1})^2 = \frac{1}{2} (0.01 - 0.75136507)^2 = 0.274811083$$

$$E_{o2} = 0.023560026$$

$$E_{total} = E_{o1} + E_{o2} = 0.274811083 + 0.023560026 = 0.298371109$$

Realizando a retropropagação

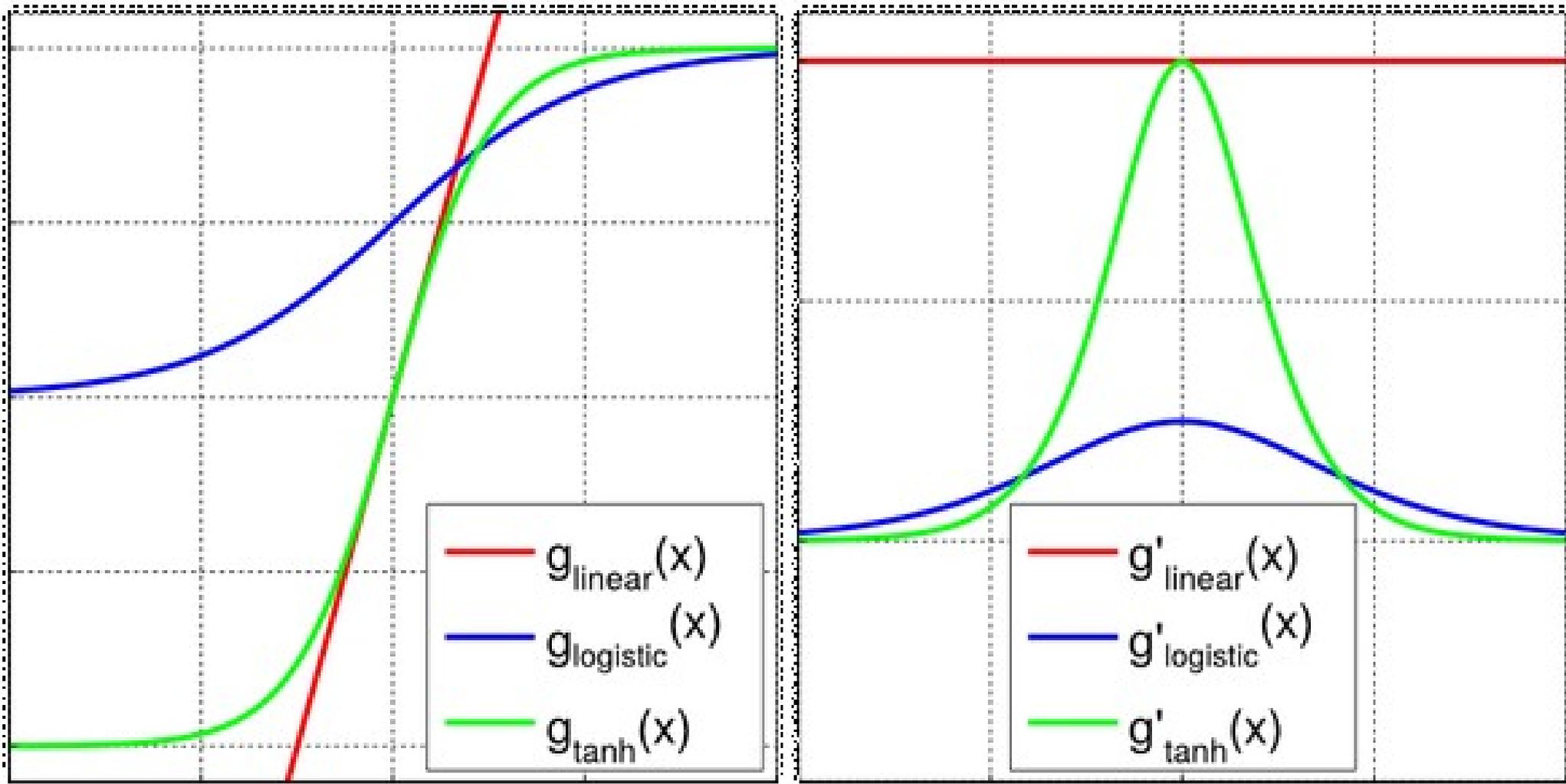
Considerando por exemplo o peso w_5 , desejamos saber quanto uma mudança neste peso afeta o erro total. Ou:

$$\frac{\partial E_{total}}{\partial w_5}$$

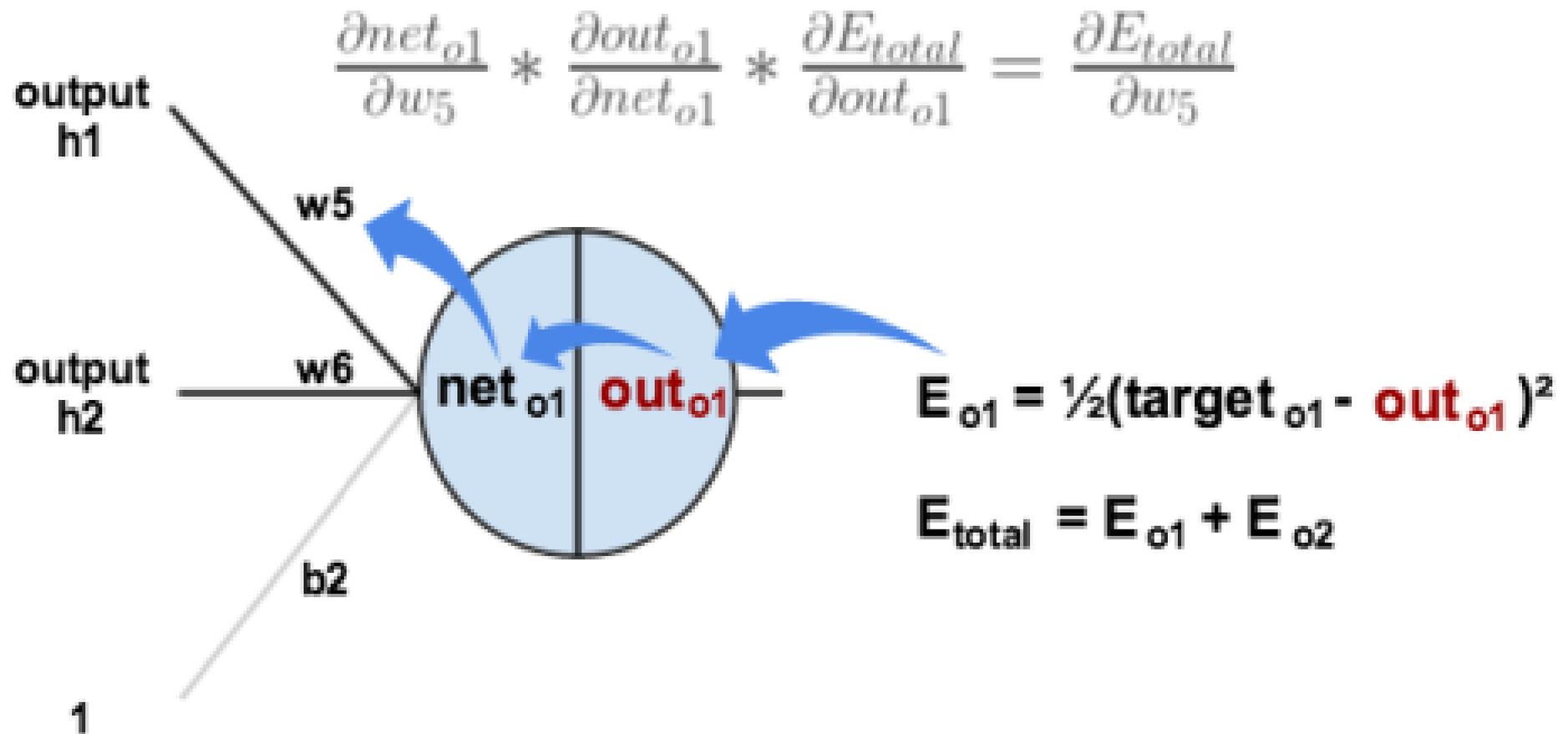
Esta razão é obtida por:

$$\frac{\partial E_{total}}{\partial w_5} = \frac{\partial E_{total}}{\partial out_{o1}} * \frac{\partial out_{o1}}{\partial net_{o1}} * \frac{\partial net_{o1}}{\partial w_5}$$

Derivadas das funções de ativação.



Ou seja:



Calculando cada um dos termos:

$$E_{total} = \frac{1}{2}(target_{o1} - out_{o1})^2 + \frac{1}{2}(target_{o2} - out_{o2})^2$$

$$\frac{\partial E_{total}}{\partial out_{o1}} = 2 * \frac{1}{2}(target_{o1} - out_{o1})^{2-1} * -1 + 0$$

$$\frac{\partial E_{total}}{\partial out_{o1}} = -(target_{o1} - out_{o1}) = -(0.01 - 0.75136507) = 0.74136507$$

$$out_{o1} = \frac{1}{1 + e^{-net_{o1}}}$$

$$\frac{\partial out_{o1}}{\partial net_{o1}} = out_{o1}(1 - out_{o1}) = 0.75136507(1 - 0.75136507) = 0.186815602$$

$$net_{o1} = w_5 * out_{h1} + w_6 * out_{h2} + b_2 * 1$$

$$\frac{\partial net_{o1}}{\partial w_5} = 1 * out_{h1} * w_5^{(1-1)} + 0 + 0 = out_{h1} = 0.593269992$$

Juntando tudo:

$$\frac{\partial E_{total}}{\partial w_5} = \frac{\partial E_{total}}{\partial out_{o1}} * \frac{\partial out_{o1}}{\partial net_{o1}} * \frac{\partial net_{o1}}{\partial w_5}$$

$$\frac{\partial E_{total}}{\partial w_5} = 0.74136507 * 0.186815602 * 0.593269992 = 0.082167041$$

Em uma forma combinada temos:

$$\frac{\partial E_{total}}{\partial w_5} = -(target_{o1} - out_{o1}) * out_{o1} (1 - out_{o1}) * out_{h1}$$

Para reduzir o erro é necessário subtrair este valor do peso atual desta sinapse, considerando uma taxa de aprendizado η (neste exemplo $\eta = 0,5$).

$$w_5^+ = w_5 - \eta * \frac{\partial E_{total}}{\partial w_5} = 0.4 - 0.5 * 0.082167041 = 0.35891648$$

$$w_6^+ = 0.408666186 \quad w_7^+ = 0.511301270 \quad w_8^+ = 0.561370121$$

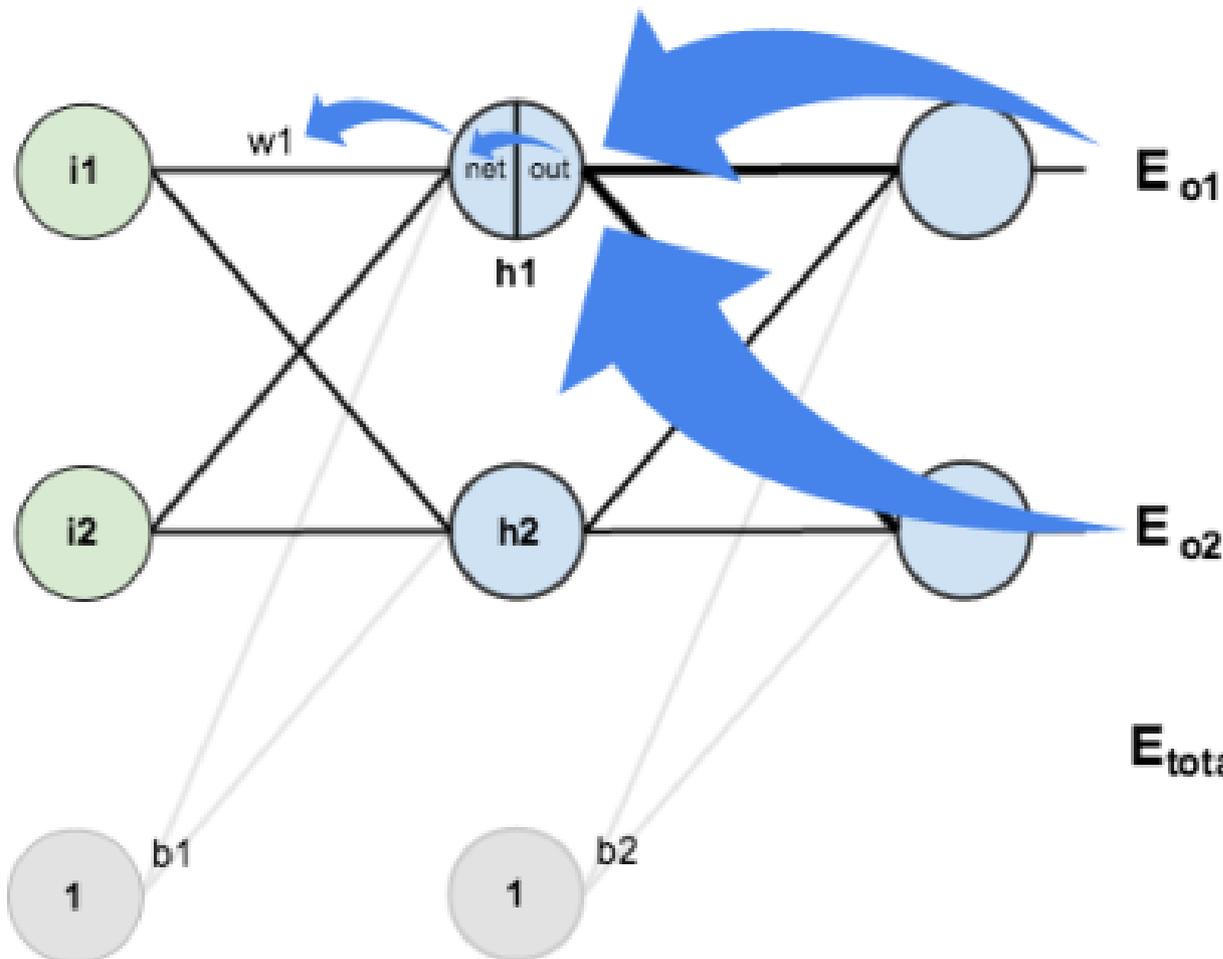
Treinamento das Redes Neurais

$$\frac{\partial E_{total}}{\partial w_1} = \frac{\partial E_{total}}{\partial out_{h1}} * \frac{\partial out_{h1}}{\partial net_{h1}} * \frac{\partial net_{h1}}{\partial w_1}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{\partial E_{total}}{\partial out_{h1}} = \frac{\partial E_{o1}}{\partial out_{h1}} + \frac{\partial E_{o2}}{\partial out_{h1}}$$

Antes de atualizar os pesos da camada de saída é necessário calcular os novos pesos para a camada oculta (w_1 , w_2 , w_3 e w_4).



$$E_{total} = E_{o1} + E_{o2}$$

Como cada neurônio da camada oculta contribui para a saída de vários neurônios da camada de saída a forma de calcular o novo peso é diferente.

$$\frac{\partial E_{total}}{\partial out_{h1}} = \frac{\partial E_{o1}}{\partial out_{h1}} + \frac{\partial E_{o2}}{\partial out_{h1}}$$

$$\frac{\partial E_{o1}}{\partial out_{h1}} = \frac{\partial E_{o1}}{\partial net_{o1}} * \frac{\partial net_{o1}}{\partial out_{h1}}$$

Usando os valores calculados anteriormente:

$$\frac{\partial E_{o1}}{\partial net_{o1}} = \frac{\partial E_{o1}}{\partial out_{o1}} * \frac{\partial out_{o1}}{\partial net_{o1}} = 0.74136507 * 0.186815602 = 0.138498562$$

Considerando que $\frac{\partial net_{o1}}{\partial out_{h1}} = w_5 = 0.40$

Temos:

$$\frac{\partial E_{o1}}{\partial out_{h1}} = \frac{\partial E_{o1}}{\partial net_{o1}} * \frac{\partial net_{o1}}{\partial out_{h1}} = 0.138498562 * 0.40 = 0.055399425$$

De forma similar:

$$\frac{\partial E_{o2}}{\partial out_{h1}} = -0.019049119$$

Portanto:

$$\frac{\partial E_{total}}{\partial out_{h1}} = \frac{\partial E_{o1}}{\partial out_{h1}} + \frac{\partial E_{o2}}{\partial out_{h1}} = 0.055399425 + -0.019049119 = 0.036350306$$

Agora é necessário obter: $\frac{\partial out_{h1}}{\partial net_{h1}}$ e então $\frac{\partial net_{h1}}{\partial w}$

$$out_{h1} = \frac{1}{1 + e^{-net_{h1}}}$$

$$\frac{\partial out_{h1}}{\partial net_{h1}} = out_{h1}(1 - out_{h1}) = 0.59326999(1 - 0.59326999) = 0.241300709$$

Calculando para h1, assim como calculado para a saída temos:

$$net_{h1} = w_1 * i_1 + w_3 * i_2 + b_1 * 1$$

$$\frac{\partial net_{h1}}{\partial w_1} = i_1 = 0.05$$

Juntado tudo temos:

$$\frac{\partial E_{total}}{\partial w_1} = \frac{\partial E_{total}}{\partial out_{k1}} * \frac{\partial out_{k1}}{\partial net_{k1}} * \frac{\partial net_{k1}}{\partial w_1}$$

$$\frac{\partial E_{total}}{\partial w_1} = 0.036350306 * 0.241300709 * 0.05 = 0.000438568$$

Agora é possível atualizar w_1 :

$$w_1^+ = w_1 - \eta * \frac{\partial E_{total}}{\partial w_1} = 0.15 - 0.5 * 0.000438568 = 0.149780716$$

Similarmente:

$$w_2^+ = 0.19956143 \quad w_3^+ = 0.24975114 \quad w_4^+ = 0.29950229$$

Treinamento das Redes Neurais

Por fim, atualizamos todos os pesos.

Quando aplicamos as entradas de **0,05** e **0,1** originalmente, o erro na rede foi de **0,298371109**.

Após essa primeira rodada de retropropagação, o erro total caiu para **0,291027924**.

Pode não parecer muito, mas depois de repetir este processo 10.000 vezes, por exemplo, o erro cai para 0.0000351085.

Neste ponto, quando avançamos 0,05 e 0,1, os dois neurônios gerados geram **0,015912196** (contra 0,01) e **0,984065734** (contra 0,99).

Aplicações das Redes Neurais

- Diagnóstico: Médico, Falhas de Sistemas etc.
- Previsão de Séries Temporais: Cotações da Bolsa de Valores, Dados Econômicos, Meteorologia etc.
- Processamento de Linguagem Natural
- Sistemas de Controle e Automação
- Reconhecimento e Síntese de Voz
- Processamento de Sinais e Imagens: Radar, Sensores, Imagens de satélite etc.
- Reconhecimento óptico de caracteres (OCR)
- Controle de processos industriais
- Piloto automático
- Reprodução da fala

Vantagens das Redes Neurais

- Aplicações em Sistemas Adaptativos
- Aplicadas em tarefas onde temos bases de exemplos disponíveis, realizando a aquisição automática de conhecimentos
- Associação de padrões de entradas e saída
- Classificação de padrões de forma supervisionada ou não
- Aproximação de funções desconhecidas através de amostras destas funções
- Trabalhar com dados aproximados, incompletos e inexatos
- Paralelismo, generalização, robustez
- “Tarefas complexas realizadas por seres humanos”

Limitações das Redes Neurais

- Composição e construção de conhecimentos estruturados
- Dificuldade de explicitação dos conhecimentos adquiridos
- Dificuldade para definir a estrutura da rede, seus parâmetros e a base de dados
- Falta de garantia de uma convergência do algoritmo para uma solução ótima

Exemplos

<https://www.youtube.com/watch?v=RcgfwZ-FFBI>

https://www.youtube.com/playlist?list=PLZHQObOWTQDNU6R1_67000Dx_ZCJB-3pi